TRAVAUX PRATIQUES DE SCIENCES INDUSTRIELLES

CLASSES PREPARATOIRES A L'ICAM Année 2014 – 2015

« Introduction aux moments d'inertie des solides »

Objectifs **:**

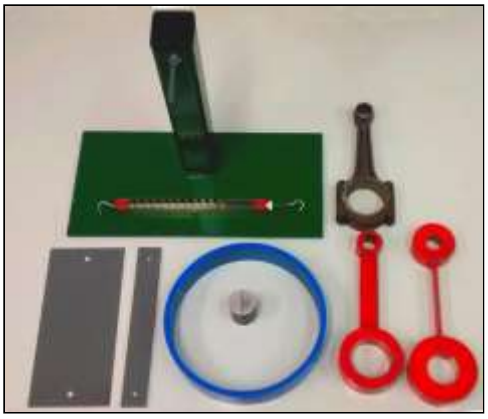
- Vérifier expérimentalement qu'un solide n'est pas assimilable à une masse ponctuelle.
- Calculer et vérifier des moments d'inertie simples.
- Déterminer expérimentalement la position du centre de gravité d'un solide,
- déterminer expérimentalement le moment d'inertie d'un solide,

Pré-requis **:**

- Cours de dynamique des solides dans le cas d'un problème plan (rotation autour d'un axe fixe/Rg).

Conditions matérielles **:**

- par binôme ; durée : 2.5 heures,
- matériel à disposition :
  - une masse cylindrique,
  - des masses parallélépipédiques,
  - un support,
  - un peson,
  - un chronomètre (ou portable).
  - une balance,
  - une bielle,
  - une bielle « reconstituée »

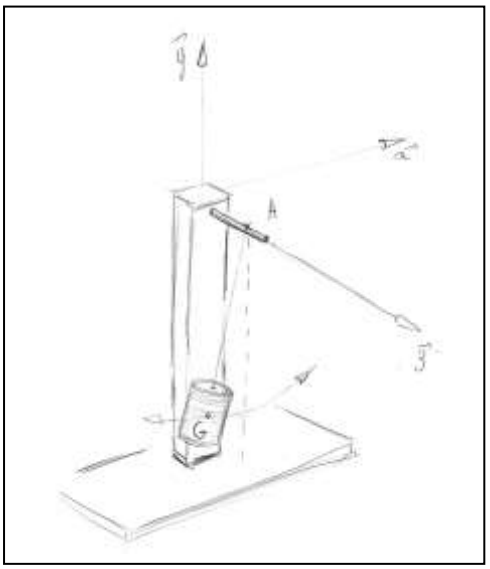


TRAVAUX PRATIQUES DE SCIENCES INDUSTRIELLES

CLASSES PREPARATOIRES A L'ICAM Année 2014 – 2015

« Introduction aux moments d'inertie des solides »

Travail demandé :



Masse cylindrique

Utiliser la masse cylindrique et sa ficelle en la faisant osciller sur le support.
Mesurer un certain nombre d'oscillations (10 ou 20) afin de connaître la période d'oscillation la plus précise.
Période réelle :

Vérifier maintenant par le calcul cette période en mesurant la masse, la distance entre G et A et en prenant $g=9.81ms^{-2}$ (1° cours de dynamique).

Calcul :

Période théorique :

Donner le pourcentage d'erreur.

erreur : %

Faire la même manipulation mais en réduisant la distance AG au minimum.
Vérifier par le calcul et donner le pourcentage d'erreur.

Période réelle : Période théorique : erreur : %

TRAVAUX PRATIQUES DE SCIENCES INDUSTRIELLES

CLASSES PREPARATOIRES A L'ICAM Année 2014 – 2015

« Introduction aux moments d'inertie des solides »

Parallélépipèdes

Utiliser maintenant un parallélépipède (plaque) de 5mm d'épaisseur en le faisant osciller sur le support. Sa masse est identique à celle du cylindre et son centre de gravité G est aussi à la même distance de A.
Mesurer la période et par le calcul, donner l'erreur.

Période réelle : Période théorique : erreur : %

En fonction du taux d'erreur, peut-on assimiler ce solide à une masse ponctuelle concentrée en G centre de masse ?

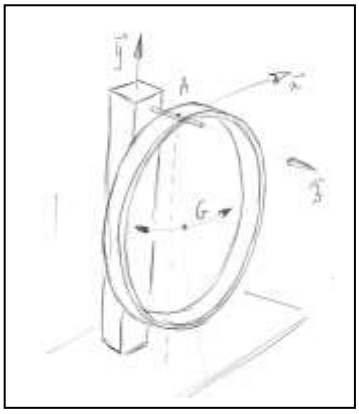
Utiliser le parallélépipède de 1.5mm d'épaisseur : même opération…

Période réelle : Période théorique : erreur : %

Cerceau

Utiliser maintenant un cerceau de plastique en le faisant osciller sur le support. Sa masse est identique à celle du cylindre et des parallélépipèdes et son centre de gravité est aussi à la même distance de A.

Mesurer la période et par le calcul, donner l'erreur.



Période réelle : Période théorique :

erreur : %

Peut-on assimiler ce solide à une masse ponctuelle concentrée en G centre de masse ?

TRAVAUX PRATIQUES DE SCIENCES INDUSTRIELLES

CLASSES PREPARATOIRES A L'ICAM Année 2014 – 2015

« Introduction aux moments d'inertie des solides »

Calcul du moment d'inertie d'un solide :

Parallélépipède de 5mm d'épaisseur

Lors d'une rotation autour d'un axe fixe, l'équation de mouvement s'obtient en projetant le théorème du moment dynamique sur l'axe fixe autour duquel se situe l'oscillation.
Le moment dynamique du solide S, projeté sur l'axe de rotation (A, **z**) ne peut plus s'écrire $\mathbf{AG} \wedge m\,\Gamma\mathbf{G/Rg} \bullet \mathbf{z}$ mais $\int \mathbf{AP} \wedge \Gamma\mathbf{G/Rg}\, dm \bullet \mathbf{z}$

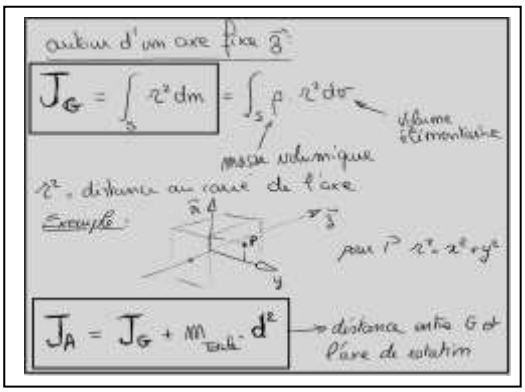
soit $J_{Az} \cdot d\omega/dt$

Avec J_{Az} moment d'inertie du solide en A autour de l'axe considéré.

A partir des périodes d'oscillation déterminer les moments d'inertie des solides précédents.

J_{Az} = J_{Az} = J_{Az} =

Calcul :
Par définition :



Calculer analytiquement le moment d'inertie des différentes pièces et vérifier avec l'application numérique la correspondance avec la mesure.

Y a-t-il correspondance ?

TRAVAUX PRATIQUES DE SCIENCES INDUSTRIELLES

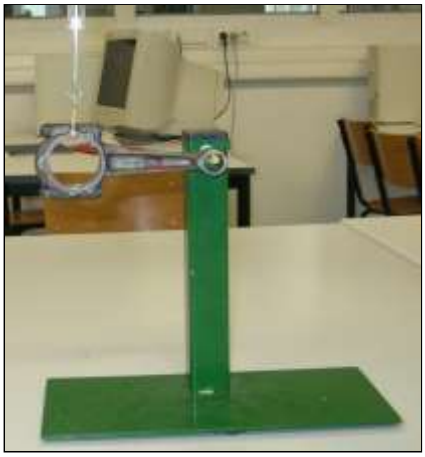
CLASSES PREPARATOIRES A L'ICAM Année 2014 – 2015

« Introduction aux moments d'inertie des solides »

Application sur un solide industriel complexe.

Présentation.

L'équilibrage des moteurs à combustion interne consiste essentiellement en l'étude de l'attelage mobile (piston, axe de piston bielle) et du vilebrequin.
Ce TP porte sur l'étude d'une bielle, il vous permettra de déterminer expérimentalement la valeur du moment d'inertie de la bielle par rapport à l'axe de pendulage.



1- A l'aide du peson (préalablement étalonné) et du support de pendulage, déterminer expérimentalement la position du centre de gravité de la bielle. Pour cela mesurer le poids total de la bielle puis mettre le pied de celle-ci (petit diamètre) en liaison linéaire rectiligne avec le « couteau » du support de pendulage et mesurer l'effort nécessaire à exercer au niveau de la tête de bielle pour maintenir celle-ci horizontale.

2- Montrer par le calcul que si l'on considère la masse de la bielle concentrée au centre de gravité G, la période pour des petites oscillations de la bielle autour de l'axe de pendulage est :

$T = 2.\Pi.(L_G / g)^{1/2}$; ou L_G représente la distance entre l'axe de pendulage et le centre de gravité de la bielle.

(Pour les petites oscillations $\sin\theta \approx \theta$)

A partir du résultat du paragraphe1, et en faisant l'hypothèse de la masse concentrée en G, calculer la période T de l'oscillation de la bielle.

3- A l'aide du chronomètre, mesurer expérimentalement la période des oscillations de la bielle, articulée autour du pied de bielle (prendre soin d'effectuer des petites oscillations).
Comparer le résultat trouvé avec la valeur calculée
Pourquoi les résultats sont–ils sensiblement différents ?

TRAVAUX PRATIQUES DE SCIENCES INDUSTRIELLES

CLASSES PREPARATOIRES A L'ICAM Année 2014 – 2015

« Introduction aux moments d'inertie des solides »

4- Montrer par le calcul que sans l'hypothèse de la masse concentrée en G la période de petites oscillations s'exprime par la relation :

$T = 2.\Pi.[J(A, \mathbf{z}) / m.g.L_G]^{1/2}$

où $J(A, \mathbf{z})$ représente le moment d'inertie de la bielle par rapport à l'axe de pendulage, m la masse de la bielle et L_G représente, comme précédemment, la distance entre l'axe de pendulage et le centre de gravité de la bielle.

Application numérique : déterminer $J(A, \mathbf{z})$ à partir de la période mesurée.

5- Avant l'apparition des logiciels de calcul actuels, les motoristes modélisaient la bielle par deux masses ponctuelles :

- l'une (m_1) était placée au centre du pied de bielle et se déplaçait en translation avec le piston,
- l'autre (m_2) était placée au centre de la tête de bielle et se déplaçait en rotation avec le vilebrequin.

Les masses m_1 et m_2 étaient déterminées de telle sorte que $m_1 + m_2$ soit égal à m la masse réelle de la bielle et que la position des centres de gravité soit identiques (même L_G).

Déterminer m_1 et m_2 pour la bielle et calculer $J(A, \mathbf{z})$ de cette modélisation ; comparer avec la valeur trouvée expérimentalement.

6- La bielle « reconstituée » en votre possession, est réalisée à partir de deux cylindres creux et d'un plat. Mesurer les dimensions de cette bielle, puis par pendulage, déterminer le moment d'inertie de cette bielle par rapport à l'axe de pendulage.

A l'aide du logiciel SolidWorks, retrouver la valeur du moment d'inertie en recherchant les propriétés de masse de la pièce. Pour simplifier la lecture des moments d'inertie il est conseillé de construire la bielle en choisissant judicieusement les repères de construction.