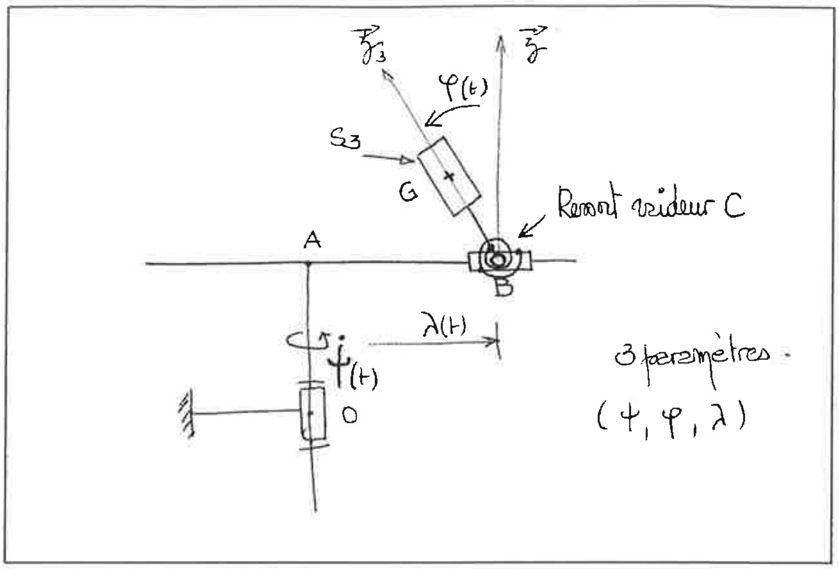
td3 - dynamique

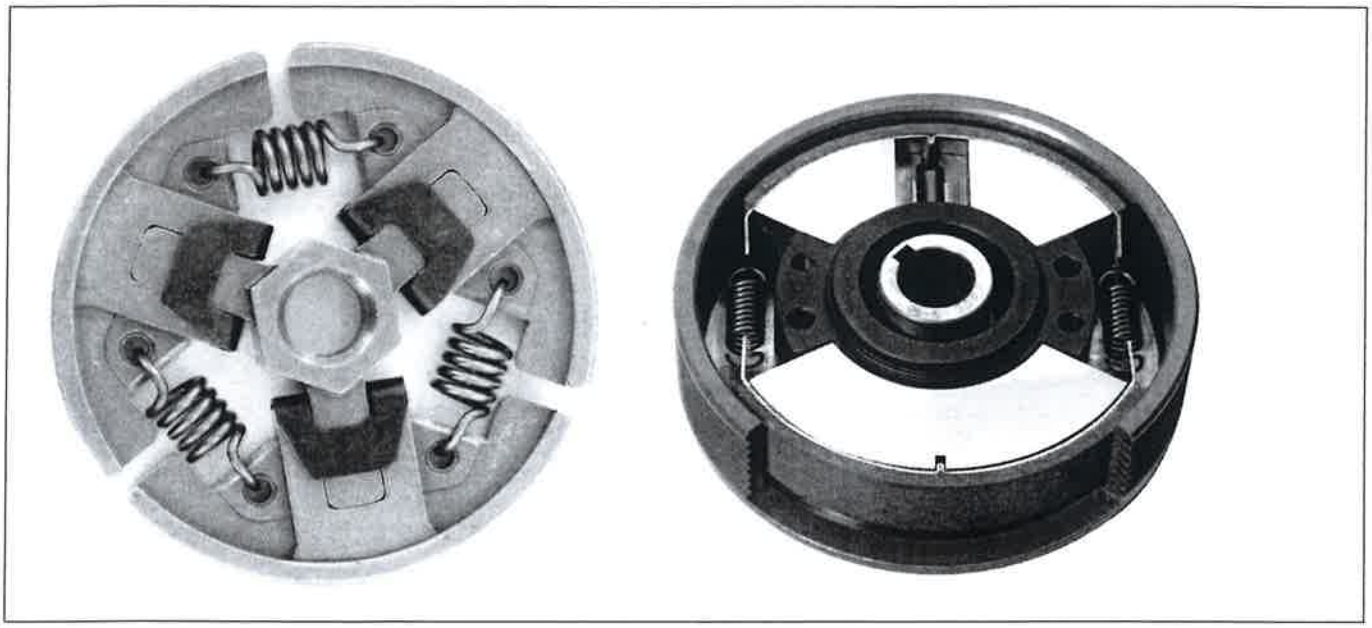
Une glissière 2 est installée sur un plateau tournant $1(\psi°/0)$. Cette glissière est en B sur B y_1 et elle guide un solide vertical 3 encastré sur la glissière. Pour mettre en évidence les phénomènes de vibrations, on libère l'encastrement et on le remplace par une liaison pivot, un ressort de torsion de raideur C et un couple de frottement visqueux de coefficient μ. Le solide 3 est considéré ponctuel en G.



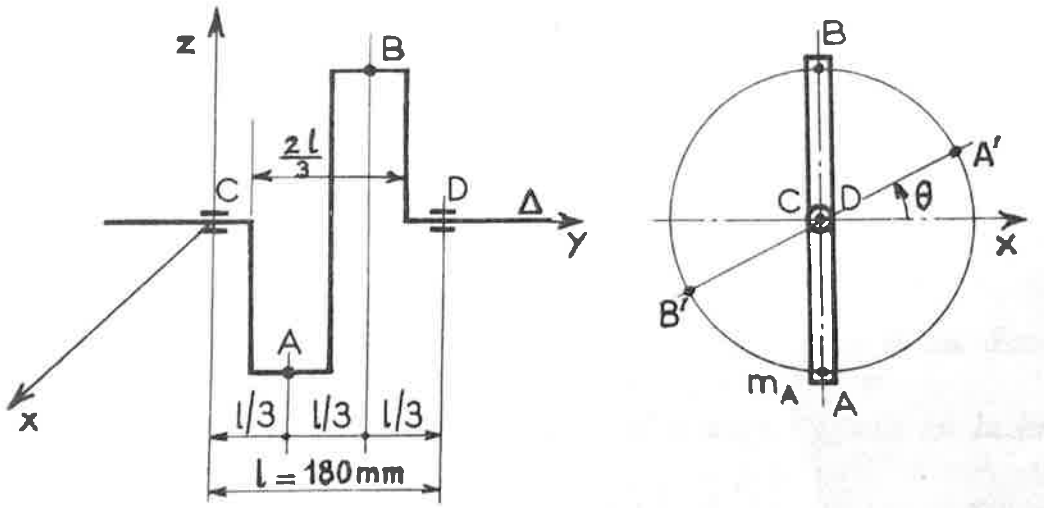
1. Quelle équation de projection doit-on écrire pour déterminer et décrire l'évolution de l'angle $\varphi(t)$ et de ses dérivées ? Comment appelle-t-on cette équation ?
2. Isoler le solide 3 et faire le bilan des actions extérieures. Le ressort exerce un couple de rappel proportionnel à l'angle $\varphi(t)$, le frottement visqueux provoque un couple proportionnel à la vitesse de rotation $\varphi°(t)$.
3. Déterminer la projection sur Bx_2 du moment des actions extérieures au solide 3.
4. Déterminer la projection sur Bx_2 du moment dynamique du solide 1 dans son mouvement par rapport au repère galiléen 0.
5. En déduire l'équation de mouvement régissant $\varphi(t)$.
6. $\lambda(t) = A \sin\omega t$. Comment évolue $\varphi(t)$ si $\psi°(t)$ est constant.

EMBRAYAGE CENTRIFUGE POUR TRONÇONNEUSE STIHL

Déterminer la relation permettant de déterminer la vitesse d'embrayage.



Un vilebrequin de moteur est schématisé par la figure 20, CABD étant plan de symétrie. Axe de rotation $\triangle$, horizontal, CD.
Les manetons A et B sont destinés à recevoir les têtes de bielles des pistons. Il est guidé par les paliers C et D. $R = 40$ mm ; $l = 180$ mm.
L'équilibre des masses est rompu par l'existence d'un balourd $m_A = 100$ g en A.



1° *Quelles sont les actions sur les paliers C et D dues uniquement à l'*action dynamique *du balourd m_A, à la vitesse constante $N = 4\,000$ tr/mn ?*

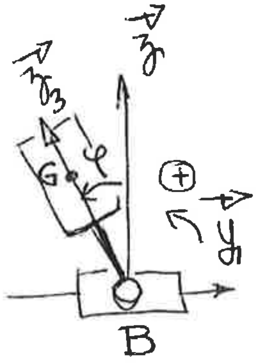
3° *On met une masse additionnelle en B : $m_B = 100$ g.*

a) *L'équilibre statique est-il réalisé ? Pourquoi ?*

b) *Quelles sont les actions sur les paliers C et D (actions dynamiques seulement) dues aux balourds m_A et m_B à la vitesse constante $N = 4\,000$ tr/mn ?*

1) Equation de projection.

$$\sum \vec{\mathcal{M}}_{to}/_{\text{axe rotation}} = \sum \vec{\mathcal{M}}_{to_B} \cdot \vec{x_1} = \vec{\delta}_B(S3/R_g) \cdot \vec{x_1}$$



c'est une equation de mouvement.

2) Solide 3.

Bilan des actions mecaniques. BG = b

$$\{\mathcal{F}_{pesanteur \to 3}\} = \{-mg\vec{z}_1 ; \vec{0}\}_G = \{-mg\vec{z}_1 ; + b\sin\varphi\, mg\vec{x_1}\}_B$$

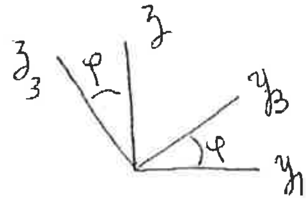
$$\{\mathcal{F}_{ressort \to 3}\} = \{\vec{0} ; -C\varphi\vec{x_1}\}$$ ← partout

$$\{\mathcal{F}_{frott\ visq \to 3}\} = \{\vec{0} ; -\mu\dot{\varphi}\vec{x_1}\}$$

axe de l'equ de mvt

$$\{\mathcal{F}_{2 \to 3}\} = \{XB_{23}\vec{x_1} + YB_{23}\vec{y_1} + ZB_{23}\vec{z_1} ; 0 + MB_{23}\vec{y_1} + NB_{23}\vec{z_1}\}_B$$

$$\sum \vec{\mathcal{M}}_{to} \cdot \vec{x_1} = b\sin\varphi\, mg - C\varphi - \mu\dot{\varphi}.$$



4)

$$\{\mathcal{C}\ 3/R_g\} = \{m.\vec{V}_{G/R_g} ; \vec{\sigma}_G(3/R_g)\}$$

$$\vec{V}_{G/R_g} = \dot{\lambda}\vec{y_1} - b\dot{\varphi}\vec{y_3} - (\lambda - b\sin\varphi)\dot{\varphi}\vec{x_1} = \begin{vmatrix} -(\lambda - b\sin\varphi)\dot{\varphi} \\ -b\dot{\varphi} + \dot{\lambda}\cos\varphi \\ -\dot{\lambda}\sin\varphi \end{vmatrix}_3$$

$$\vec{y_1} = \cos\varphi\vec{y_3} - \sin\varphi\vec{z_3} \qquad \vec{x_1} = \vec{x_3}$$

$$\vec{\sigma}_{G/R_g} = \begin{vmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{vmatrix}_3 \begin{vmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi}\sin\varphi \\ \dot{\psi}\cos\varphi \end{vmatrix}_3 = \begin{vmatrix} A\dot{\varphi} \\ A\dot{\psi}\sin\varphi \\ C\dot{\psi}\cos\varphi \end{vmatrix}_3$$

$$\vec{\sigma}_{B\,3/R_g} = \vec{\sigma}_{G\,3/R_g} + \vec{BG} \wedge m.\vec{V}_{G/R_g}$$

$$\begin{vmatrix} A\dot{\varphi} \\ A\dot{\psi}\sin\varphi \\ C\dot{\psi}\cos\varphi \end{vmatrix}_3 + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{vmatrix}_3 \wedge m \begin{vmatrix} -(\lambda - b\sin\varphi)\dot{\psi} \\ -b\dot{\varphi} + \dot{\lambda}\cos\varphi \\ -\dot{\lambda}\sin\varphi \end{vmatrix}_3$$

$$\vec{\sigma}_{B\,3/R_g} = \begin{vmatrix} A\dot{\varphi} + mb^2\dot{\varphi} - mb\dot{\lambda}\cos\varphi \\ A\dot{\psi}\sin\varphi - mb\lambda\dot{\psi} + mb^2\dot{\psi}\sin\varphi \\ C\dot{\psi}\cos\varphi \end{vmatrix}_3$$

$$\vec{\delta}_{B\,3/R_g} = \begin{vmatrix} (A+mb^2)\ddot{\varphi} - mb\ddot{\lambda}\cos\varphi + mb\dot{\lambda}\dot{\varphi}\sin\varphi \\ ? \\ ? \end{vmatrix}_3$$

$$+ m.\ \underset{\vec{V}_{B/R_g}}{\begin{vmatrix} -\lambda\dot{\psi} \\ \dot{\lambda}\cos\varphi \\ -\dot{\lambda}\sin\varphi \end{vmatrix}_3} \wedge \underset{\vec{V}_{G/R_g}}{\begin{vmatrix} -(\lambda - b\sin\varphi)\dot{\psi} \\ -b\dot{\varphi} + \dot{\lambda}\cos\varphi \\ -\dot{\lambda}\sin\varphi \end{vmatrix}_3}$$

---

base

$$+ \underset{\vec{\Omega}_{3/R_g}}{\begin{vmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi}\sin\varphi \\ \dot{\psi}\cos\varphi \end{vmatrix}_3} \wedge \underset{\vec{\sigma}_{B\,3/R_g}}{\begin{vmatrix} ? \\ (A+mb^2)\dot{\psi} - mb\lambda\dot{\psi} \\ C\dot{\psi}\cos\varphi \end{vmatrix}_3}$$

$$= (A+mb^2)\ddot\varphi - mb\ddot\lambda\cos\varphi + mb\cancel{\dot\lambda}\dot\varphi\sin\varphi - m\cancel{\dot\lambda^2\sin\varphi}\cos\varphi - mb\cancel{\dot\lambda}\dot\varphi\sin\varphi$$

$$+ m\cancel{\dot\lambda^2\sin\varphi}\cos\varphi + C\dot\varphi^2\sin\varphi\cos\varphi - (A+mb^2)\dot\varphi^2\cos\varphi$$

$$+ mb\lambda\dot\varphi^2\cos\varphi$$

$$\Rightarrow \underline{bmg\sin\varphi} \underline{- C\varphi} \underline{- \mu\dot\varphi} = \underline{(A+mb^2)\ddot\varphi} \underline{- mb\ddot\lambda\cancelto{1}{\cos\varphi}} \underline{+ C\dot\varphi^2\cancelto{\varphi}{\sin\varphi}\cancelto{1}{\cos\varphi}}$$

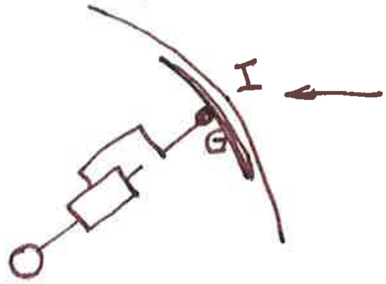
$$- (A+mb^2)\dot\varphi^2\cancelto{1}{\cos\varphi} + mb\lambda\dot\varphi^2\cancelto{1}{\cos\varphi}.$$

φ petit.

$$(A+mb^2)\ddot\varphi + \mu\dot\varphi + \left[C - bmg + C\dot\varphi^2\right]\varphi = mb\ddot\lambda + (A+mb^2-mb\lambda)\dot\varphi^2$$

Sauf erreur ...

Modelisation de l'embrayage centrifuge.

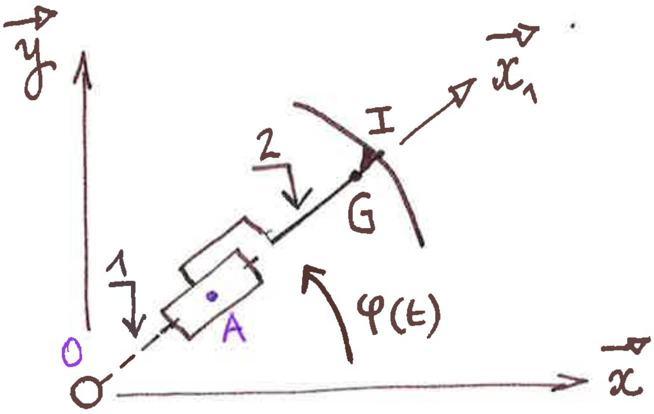


Action normale.
Action tangentielle.

$2 \times n . \tan\varphi . R$ = Couple transmis

Calcul de n ?

Isolons une manelotte



Negligeons le poids.

On suppose une action en I.

Force du ressort constante
(déplacement faible)

Bilan

$$\{\mathcal{F}_{1\to 2}\} = \left\{ 0\,\vec{x_1} + YA_{12}\,\vec{y_1} + ZA_{12}\,\vec{z_1} \;;\; LA_{12}\,\vec{x_1} + MA_{12}\,\vec{y_1} + NA_{12}\,\vec{z_1} \right\}_A$$

$$\{\mathcal{F}_{cloche\to 2}\} = \left\{ -n\,\vec{x_1} - t\,\vec{y_1} \;;\; \vec{0} \right\}_I$$

$$\{\mathcal{F}_{ressort\to 2}\} = \left\{ -F_r\,\vec{x_1} \;;\; \vec{0} \right\}_A$$

Projetons le theoreme de la résultente dynamique sur $\vec{x_1}$.

$$m . \vec{\Gamma}_{G/R_g} \cdot \vec{x_1} = \left(-n\,\vec{x_1} - F_R\,\vec{x_1} \right) \cdot \vec{x_1}$$

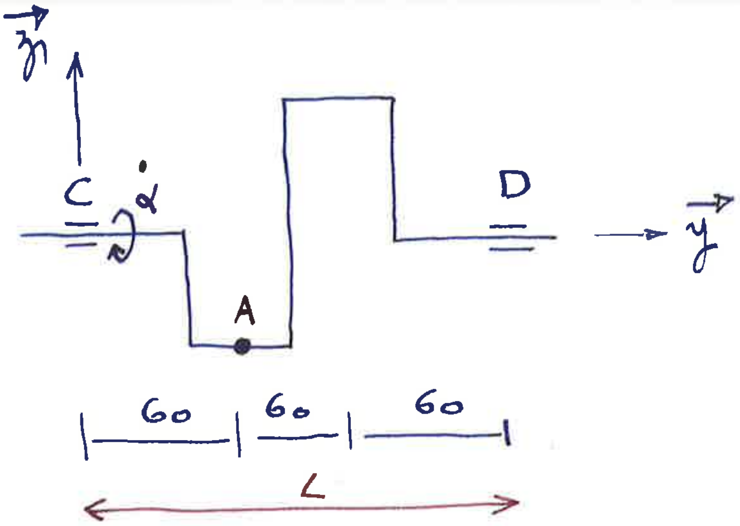
$$\vec{\Gamma}_{G/R_g} = -\,\overrightarrow{OG}\,\dot{\varphi}^2\,\vec{x_1} + OG\,\ddot{\varphi}\,\vec{y_1}$$

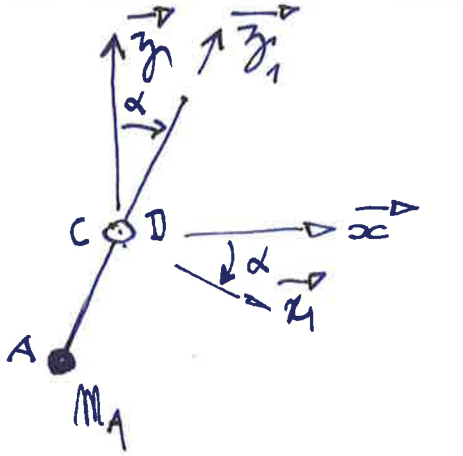
$$\Rightarrow \quad -m\,OG\,\dot{\varphi}^2 = -n - F_R .$$

$$\Rightarrow \quad n = m.OG.\dot{\varphi}^2 - F_R .$$

$$t = (m.OG.\dot{\varphi}^2 - F_R)\tan\varphi .$$

$$\boxed{C_m = 2.(m.OG.\dot{\varphi}^2 - F_R)\tan\varphi . R_{cloche}}$$





$\vec{x}_1 = \cos\alpha\,\vec{x} - \sin\alpha\,\vec{z}$
$\vec{z}_1 = \cos\alpha\,\vec{z} + \sin\alpha\,\vec{x}$

Actions dans les paliers ?

$$\left|\begin{array}{l} \vec{V}_{A/R_g} = -r\dot{\alpha}\,\vec{x}_1 \\ \vec{\Gamma}_{A/R_g} = -r\ddot{\alpha}\,\vec{x}_1 + r\dot{\alpha}^2\,\vec{z}_1 \end{array}\right.$$

Bilan :

$$\{\mathcal{F}_{0\to1}\} = \left\{ XC_{01}\,\vec{x} + YC_{01}\,\vec{y} + ZC_{01}\,\vec{z}\ ;\ \vec{0} \right\}_C$$

$$\{\mathcal{F}_{0\to1}\} = \left\{ XD_{01}\,\vec{x} + 0\,\vec{y} + ZD_{01}\,\vec{z}\ ;\ \vec{0} \right\}_D$$

$$M_C = M_D + \vec{CD} \wedge \vec{R}$$

$$\begin{vmatrix} 0 \\ L \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} XD_{01} \\ 0 \\ ZD_{01} \end{vmatrix}$$

Torseur dynamique .

$$\{\mathcal{D}_{1/R_g}\} = \left\{ m_A\left(r\dot{\alpha}^2\,\vec{z}_1 - r\ddot{\alpha}\,\vec{x}_1\right) ;\ \vec{CA} \wedge m_A\,\vec{\Gamma}_{A/R_g} \right\}$$

$\vec{V}_{A/R_g} =$

$$\begin{vmatrix} 0 \\ L/3 \\ -r \end{vmatrix}_1 \wedge\, m_A \begin{vmatrix} -r\ddot{\alpha} \\ 0 \\ r\dot{\alpha}^2 \end{vmatrix}$$

$$\{\mathcal{D}_{1/R_g}\} = \Big\{ m_A\left(r\dot{\alpha}^2\,\vec{z}_1 - r\ddot{\alpha}\,\vec{x}_1\right) ;\ m_A \cancel{r^2\ddot{\alpha}}\,\vec{y}_1 + \cancel{\tfrac{L}{3} m_A r\dot{\alpha}^2} + \cancel{m_A \tfrac{L}{3} r\ddot{\alpha}}\,\vec{z}_1$$

$$;\ m_A\left(\tfrac{L}{3} r\dot{\alpha}^2\,\vec{x}_1 + r^2\ddot{\alpha}\,\vec{y}_1 + \tfrac{L}{3} r\ddot{\alpha}\,\vec{z}_1\right)\Big\}$$

$$\{\mathcal{F}_{0\to 1}\} = \left\{ XC_{01}\vec{x} + YC_{01}\vec{y} + ZC_{01}\vec{z} \,;\, \vec{0} \right\}_C$$

$$\{\mathcal{F}_{0\to 1}\} = \left\{ XD_{01}\vec{x} + ZD_{01}\vec{z} \,;\, L\,ZD_{01}\vec{x} - L\,XD_{01}\vec{z} \right\}_C$$

On peut alors écrire les équations de la dynamique.

$$\begin{cases} XC_{01} + XD_{01} = (-r\ddot{\alpha}\cos\alpha + r\dot{\alpha}^2\sin\alpha)\,m_A \\ YC_{01} = 0 \\ ZC_{01} + ZD_{01} = (r\ddot{\alpha}\sin\alpha + r\dot{\alpha}^2\cos\alpha)\,m_A \\ L\,ZD_{01} = m_A\left(\frac{L}{3}r\dot{\alpha}^2\cos\alpha + \frac{L}{3}r\ddot{\alpha}\sin\alpha\right) \\ 0 = m_A r^2\ddot{\alpha} \\ -L\,XD_{01} = m_A\left(-\frac{L}{3}r\dot{\alpha}^2\sin\alpha + \frac{L}{3}r\ddot{\alpha}\cos\alpha\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} ZD_{01} = m_A\cdot\frac{1}{3}\cdot r\cdot\dot{\alpha}^2\cdot\cos\alpha \\ ZC_{01} = m_A\cdot\frac{2}{3}\cdot r\cdot\dot{\alpha}^2\cdot\cos\alpha \\ XD_{01} = m_A\cdot\frac{1}{3}\cdot r\cdot\dot{\alpha}^2\sin\alpha \\ XC_{01} = m_A\cdot\frac{2}{3}\cdot r\cdot\dot{\alpha}^2\cos\alpha. \end{cases}$$

Actions de type sinusoïdal sur les liaisons mécaniques et sur le système.

Si on met une masse en B, il restera encore des actions de type sinusoïdal. On dit que le vilebrequin est

- équilibré statiquement (G sur l'axe)
- non équilibré dynamiquement.