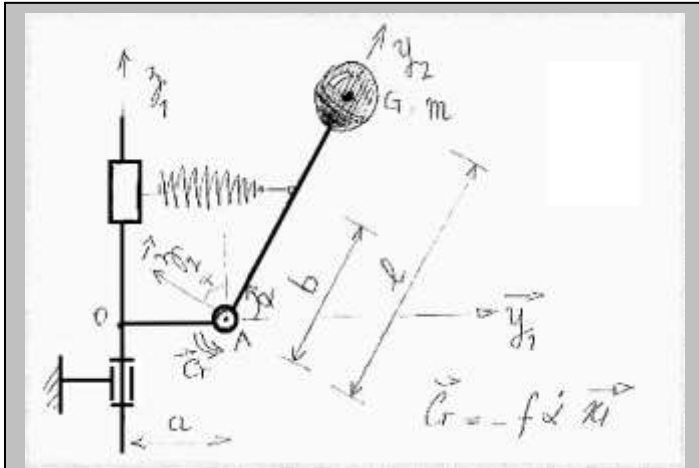


TRAVAUX DIRIGES DE SCIENCES INDUSTRIELLES DYNAMIQUE

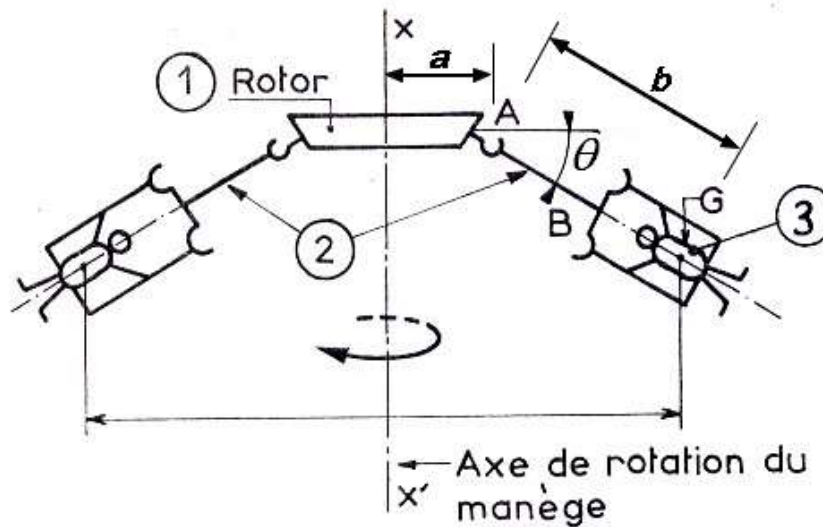
EXERCICE 1 Régulateur



Un système régulateur peut être schématisé comme ci-contre.
 S1, en liaison pivot avec le bâti, est entraîné en rotation autour de $\mathbf{z}_1$:
 $\Omega_{S1/Rg} = \dot{\psi} \mathbf{z}_1$.
 S2, en liaison pivot en A avec S1, forme un angle α avec $\mathbf{OA}$,
 $\Omega_{S2/S1} = \dot{\alpha} \mathbf{x}_1$.
 En isolant S2 et en appliquant le PFD, on demande de tracer la courbe $\dot{\psi}^\circ$ en degrés en fonction de $h = b \sin \alpha$. α stabilisé.

$a = 20 \text{ mm}$, $b = 50 \text{ mm}$, $l = 70 \text{ mm}$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $m = 70 \text{ g}$, $K = 20\,000 \text{ N/m}$, longueur à vide du ressort = a

EXERCICE 2 manège



Un manège est schématisé ci-dessus :

S1 est entraîné en rotation par le moteur

S2 fait alors un angle $\theta(t)$ avec l'horizontale.

S3 est considéré comme une masse ponctuelle en G.

Ecrire l'équation de mouvement de G par rapport au référentiel galiléen R_g .

Déterminer littéralement l'expression de l'angle $\theta(t)$ en fonction de la vitesse de rotation de S1 en régime stabilisé.

TRAVAUX DIRIGES DE SCIENCES INDUSTRIELLES DYNAMIQUE

Correction de l'exercice 1

$$\vec{V}_{G/R} = -(a + l \cos \alpha) \dot{\varphi} \vec{x}_1 + l \dot{\alpha} \vec{z}_2$$

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_{G/R} = & + l \sin \alpha \dot{\alpha} \dot{\varphi} \vec{x}_1 - (a + l \cos \alpha) \ddot{\varphi} \vec{x}_1 \\ & - (a + l \cos \alpha) \dot{\varphi}^2 \vec{y}_1 + l \ddot{\alpha} \vec{z}_2 \\ & + l \dot{\alpha} \dot{\varphi} \sin \alpha \vec{x}_1 - l \dot{\alpha}^2 \vec{y}_2 \end{aligned}$$

Isolons S_2 et projetons le théorème du moment dynamique sur $\vec{x}_1$:

$$\text{Bilan : } A : \left\{ \vec{\mathcal{F}}_{1 \rightarrow 2} \right\}_A = \begin{Bmatrix} X_{A12} \\ Y_{A12} \\ Z_{A12} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} 0 \\ H_{A12} \\ N_{A12} \end{Bmatrix}_{B_1} \text{ Pivot.}$$

$$G : -mg \vec{z}_1 = \vec{P} \quad \text{Poids}$$

$$B : -K b \cos \alpha \vec{y}_1 = \vec{F}_{\text{ressort}} \rightarrow s_2$$

$$A : \vec{C}_{r_1 \rightarrow 2} = -f \dot{\alpha} \vec{x}_1$$

Equation de mouvement : théorème du moment dynamique en A projeté sur $\vec{x}_1$:

$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_A^{\vec{\mathcal{F}}_{S_2 \rightarrow S_2} \cdot \vec{x}_1} &= \int_A \vec{S}_2/R_g \cdot \vec{x}_1 \\ &= (\vec{AG} \wedge m \vec{\Gamma}_{G/R_g}) \cdot \vec{x}_1 \end{aligned}$$

l'équation de mouvement est une équation différentielle à coefficients non constants :

$$\begin{aligned} m l \ddot{\alpha} + f \dot{\alpha} + m g l \cos \alpha - b^2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot K \\ = -m l (a + l \cos \alpha) \dot{\varphi}^2 \sin \alpha \end{aligned}$$

en régime stabilisé :

$$\dot{\varphi}^2 = \frac{b^2 K \sin \alpha \cos \alpha - m g l \cos \alpha}{m l (a + l \cos \alpha) \sin \alpha}$$

TRAVAUX DIRIGES DE SCIENCES INDUSTRIELLES DYNAMIQUE

alpha en rd	alpha en degrés	K en N/m	masse kg	a en m	b en m	l en m	g en m/s ²	psi point ²	psi point rd/s	psi pt tr/mn	h en m
0,175	10	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	9,81	112365,7733	335,2100436	3201,012639	0,009
0,209	12	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	112297	335	3200	0,010
0,244	14	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	112165	335	3198	0,012
0,279	16	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	111980	335	3196	0,014
0,314	18	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	111748	334	3192	0,015
0,349	20	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	111470	334	3188	0,017
0,384	22	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	111148	333	3184	0,019
0,419	24							110781	333	3178	0,020
0,454	26							110368	332	3172	0,022
0,489	28							109909	332	3166	0,023
0,524	30							109400	331	3158	0,025
0,559	32							108839	330	3150	0,026
0,593	34							108224	329	3141	0,028
0,628	36							107551	328	3132	0,029
0,663	38							106816	327	3121	0,031
0,698	40							106014	326	3109	0,032
0,733	42							105140	324	3096	0,033
0,768	44							104188	323	3082	0,035
0,803	46							103151	321	3067	0,036
0,838	48							102021	319	3050	0,037
0,873	50							100789	317	3032	0,038
0,908	52							99445	315	3011	0,039
0,942	54							97975	313	2989	0,040
0,977	56							96366	310	2964	0,041
1,012	58							94601	308	2937	0,042
1,047	60	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	92661	304	2907	0,043
1,082	62	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	90523	301	2873	0,044
1,117	64	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	88158	297	2835	0,045
1,152	66	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	85535	292	2793	0,046
1,187	68	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	82612	287	2745	0,046
1,222	70	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	79342	282	2690	0,047
1,257	72	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	75665	275	2627	0,048
1,292	74	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	71506	267	2554	0,048
1,326	76	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	66770	258	2468	0,049
1,361	78	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	61337	248	2365	0,049
1,396	80	20000	0,070	0,020	0,050	0,070	10	55051	235	2241	0,049

