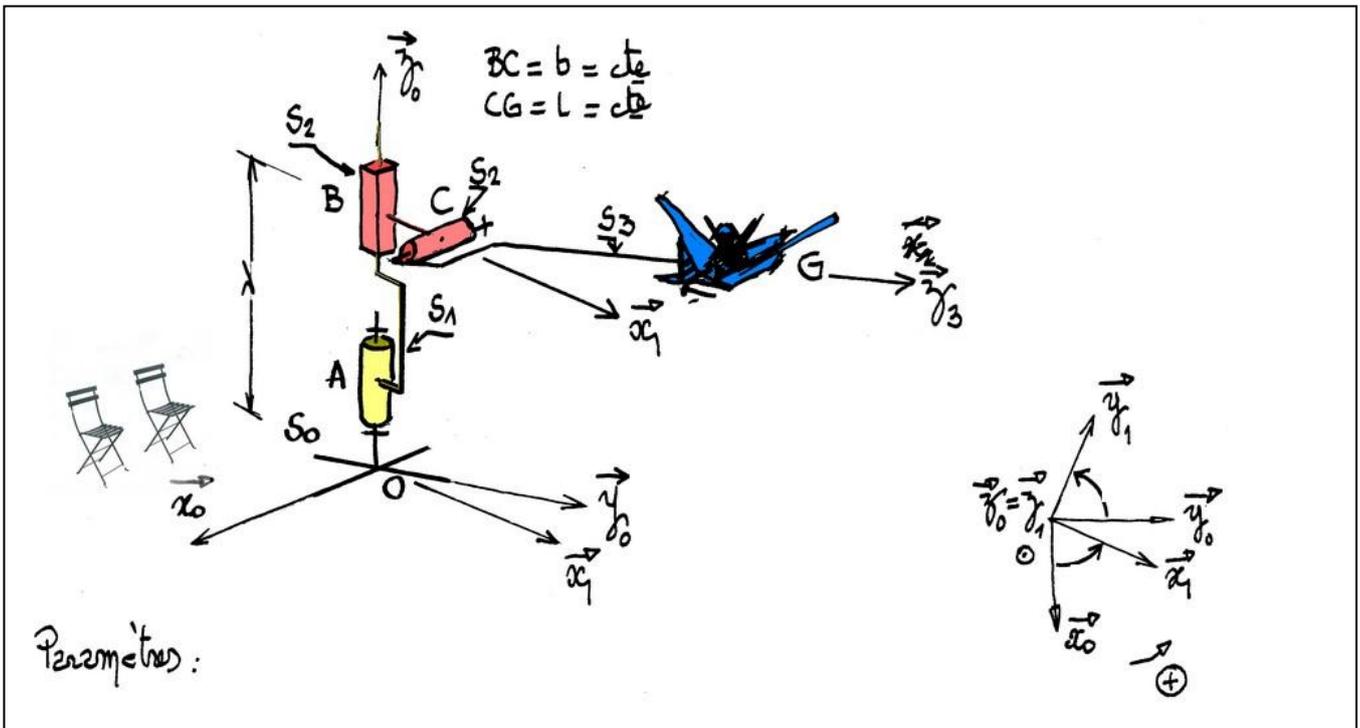


**Exemple lié au cours d'introduction à la dynamique:**

L'étude des manèges permet de mettre en évidence les effets dynamiques, par ailleurs recherchés par les clients. Le manège est modélisé ci-contre, constitué de :

1. Le solide  $S_0$ , lié au sol.
2. Le solide  $S_1$ , entraîné en rotation avec la vitesse  $\psi^\circ$ .
3. Le solide  $S_2$ , mu par un vérin, se déplace sur  $S_1$  avec la vitesse  $\lambda^\circ$ .
4. Le solide  $S_3$ , qui oscille ( $\theta^\circ$ ) autour de l'horizontale, entraîné en rotation  $\psi^\circ$  et en translation  $\lambda^\circ$ .



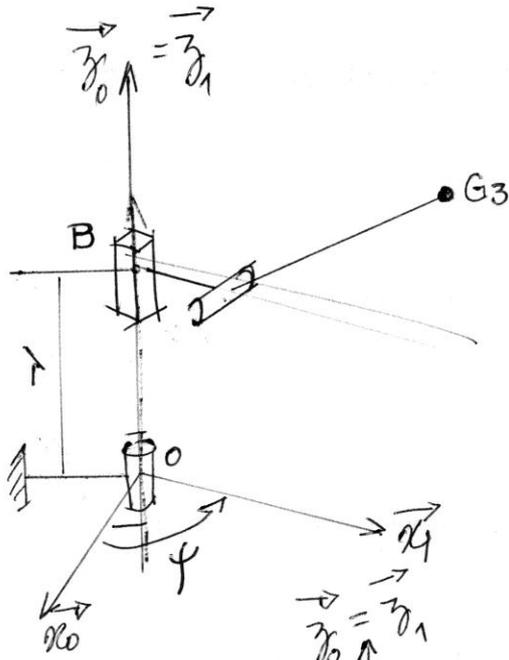
Paramétrer le système.

Donner les différents vecteurs rotations de ce système.

Associer à chaque solide un torseur cinématique.

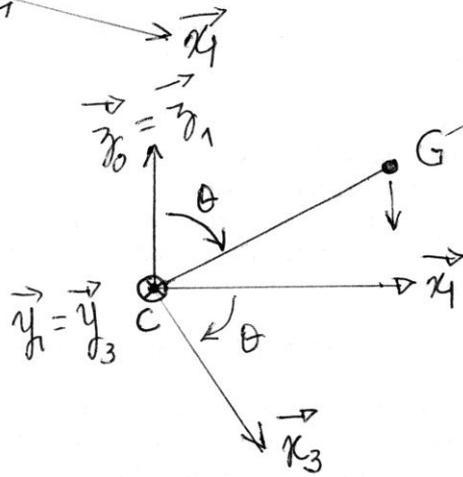
Déterminer les vecteur-vitesse et vecteur accélération du point G dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen  $S_0$ .

Définir la résultante dynamique du solide  $S_3$ .



Paramétrage du système.

On isole S3



$$\begin{aligned} \vec{z} &= \cos\theta \vec{z}_3 - \sin\theta \vec{x}_3 \\ \vec{x}_1 &= \cos\theta \vec{x}_3 + \sin\theta \vec{z}_3 \end{aligned}$$

Etude statique

Etude dynamique

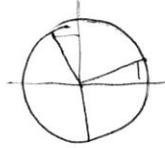
Bilan

Pivot en C  $\left\{ \begin{array}{l|l} X_{23} & LC_{23} \\ Y_{C23} & 0 \\ Z_{C23} & NC_{23} \end{array} \right\}_C$  b3oubi

Poids  $\left\{ \begin{array}{l|l} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{array} \right\}_G$  b1

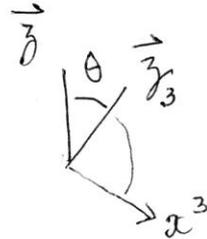
)

# Etude dynamique (système ponctuel)



$$\left\{ \mathcal{D} \frac{z}{Rg} \right\} = \left\{ m_3 \vec{\Gamma}_{G3/Rg} ; \vec{CG}_3 \wedge m_3 \vec{\Gamma}_{G3/Rg} \right\}_C$$

$$\vec{V}_{G/Rg} = \left[ \frac{d}{dt} \lambda \vec{z} + b \dot{x}_1 + L \dot{\theta} \vec{z}_3 \right]_{Rg}$$



$$\begin{aligned} & \dot{\lambda} \vec{z} + b \dot{\psi} \vec{z} \wedge \vec{x}_1 + L (\dot{\psi} \vec{z} + \dot{\theta} \vec{y}) \wedge \vec{z}_3 \\ = & \dot{\lambda} \vec{z} + b \dot{\psi} \vec{y}_1 + L \dot{\psi} \sin \theta \vec{y}_1 + L \dot{\theta} \vec{x}_3 \end{aligned}$$

$$\vec{V}_{G/Rg} = \dot{\lambda} \vec{z} + \dot{\psi} (b + L \sin \theta) \vec{y}_1 + L \dot{\theta} \vec{x}_3$$

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_{G/Rg} = & \ddot{\lambda} \vec{z} + \dot{\psi} L \dot{\theta} \cos \theta \vec{y}_3 + \dot{\psi} (b + L \sin \theta) (\dot{\psi} \vec{z} \wedge \vec{y}_1) \\ & + L \ddot{\theta} \vec{x}_3 + L \dot{\theta} (\dot{\psi} \vec{z} + \dot{\theta} \vec{y}_1) \wedge \vec{x}_3 + \dot{\psi} (b + L \sin \theta) \vec{y}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = & \ddot{\lambda} \vec{z} + L \ddot{\theta} \vec{x}_3 - (b + L \sin \theta) \dot{\psi}^2 \vec{x}_1 + 4 \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \vec{y}_3 \\ & + L \dot{\theta} \dot{\psi} \vec{y}_3 - L \dot{\theta}^2 \vec{z}_3 + (b + L \sin \theta) \dot{\psi} \vec{y}_1 \end{aligned}$$

On ne sait pas encore dans quelle base on va travailler, mais on peut présumer que ce sera dans la base 3

On écrira probablement la somme des moments des actions en C pour avoir les équations les plus simples possibles.

2)

$$\vec{\Gamma}_{G/Rg} = \ddot{\lambda} \vec{z} - (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 \vec{x}_1 + L\ddot{\theta} \vec{x}_3 + \left[ (b+L\sin\theta)\ddot{\psi} + 2\dot{\psi}\dot{\theta}\cos\theta \right] \vec{y}_3 - L\dot{\theta}^2 \vec{z}_3$$

$$\Rightarrow \text{base 3} \quad \vec{\Gamma}_{G/Rg} \begin{cases} L\ddot{\theta} - \ddot{\lambda} \sin\theta - (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 \cos\theta \\ (b+L\sin\theta)\ddot{\psi} + 2\dot{\psi}\dot{\theta}\cos\theta \\ -L\dot{\theta}^2 + \ddot{\lambda} \cos\theta - (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 \sin\theta \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F} \rightarrow S_3/Rg \\ \sum m_b \vec{F} \rightarrow S_3/Rg \end{array} \right\}_c = \left\{ \begin{array}{l} m_3 \vec{\Gamma}_{G_3/Rg} \\ CG_3 \wedge m_3 \vec{\Gamma}_{G_3/Rg} \end{array} \right\}_c$$

Ecriture du principe fondamental de la dynamique appliqué au solide supposé de masse concentrée en  $G_3$ .

$$\begin{cases} XC_{23} - m_3 g \sin\theta = m_3 (L\ddot{\theta} - \ddot{\lambda} \sin\theta - (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 \cos\theta) \\ YC_{23} = m_3 (b+L\sin\theta)\ddot{\psi} + 2\dot{\psi}\dot{\theta}\cos\theta \\ ZC_{23} - m_3 g \cos\theta = m_3 (\ddot{\lambda} \cos\theta - L\dot{\theta}^2 - (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 \sin\theta) \\ LC_{23} = -m_3 L (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 - 2m_3 L \dot{\psi}\dot{\theta}\cos\theta \\ + m_3 g L \sin\theta = m_3 L^2 \ddot{\theta} - m_3 L \ddot{\lambda} \sin\theta - m_3 L (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 \cos\theta \\ NC_{23} = 0 \end{cases}$$

$$+ m_3 g L \sin\theta = m_3 L^2 \ddot{\theta} - m_3 L \ddot{\lambda} \sin\theta - m_3 L (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 \cos\theta$$

Equation différentielle (de mouvement) qui relie les différents paramètres de position non étudiée ici.

3)

$$\begin{array}{l|l}
 m_3 & 0 \\
 3 & 0 \\
 3 & L
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 \wedge \\
 \times
 \end{array}
 \begin{array}{l|l}
 3 & L\ddot{\theta} - \dot{\lambda} \sin\theta - (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 \cos\theta \\
 3 & (b+L\sin\theta)\ddot{\psi} + 2\dot{\psi}\dot{\theta} \cos\theta \\
 3 & \dot{\lambda} \cos\theta - (b+L\sin\theta)\dot{\psi}^2 \sin\theta - L\dot{\theta}^2
 \end{array}$$

4)