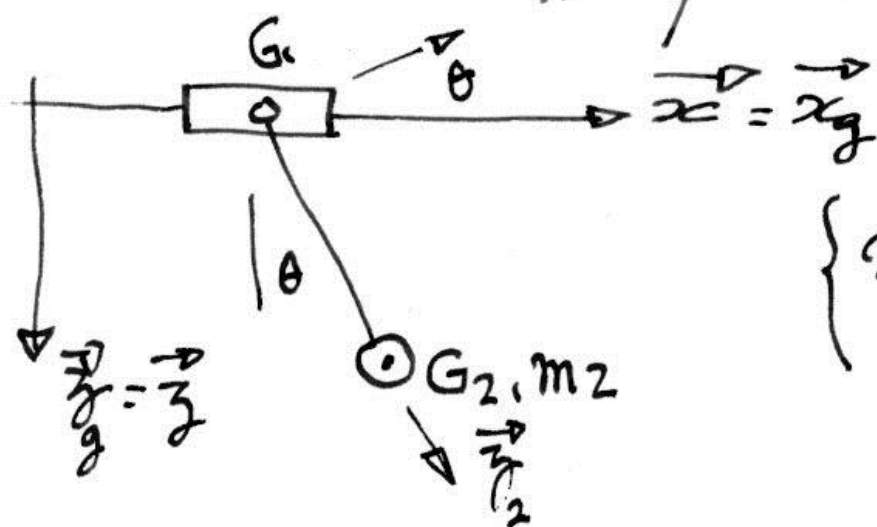


Isolons S_1 et S_2 et appliquons le PFD au système isolé



$$\{\vec{F}_{\text{ext} \rightarrow S_1 \cup S_2}\} = \{\vec{\mathcal{D}}_{S_1 \cup S_2 / R_g}\}$$

Écrire des actions :

$$\{\vec{F}_{\text{pes} \rightarrow S_1}\} = \{+m_1 \vec{g} ; \vec{0}\}_{G_1}$$

$$\{\vec{F}_{\text{pes} \rightarrow S_2}\} = \{m_2 \vec{g} ; \vec{0}\}_{G_2}$$

$$\{\vec{F}_{S_0 \rightarrow S_1}\} = \{Y_{G_{12}} \vec{y} + Z_{G_{12}} \vec{z} ; L_{G_{12}} \vec{x} + M_{G_{12}} \vec{y} + N_{G_{12}} \vec{z}\}_{G_1}$$

PFD.

$$\begin{aligned} \{\vec{F}_{\text{ext} \rightarrow S_1 \cup S_2}\} &= \{\vec{\mathcal{D}}_{S_1 \cup S_2 / R_g}\} = \{m_1 \vec{\Gamma}_{G_1 / R_g} + m_2 \vec{\Gamma}_{G_2 / R_g} ; \vec{G}_1 G_1 m_1 \vec{\Gamma}_{G_1 / R_g} + \vec{G}_1 G_2 m_2 \vec{\Gamma}_{G_2 / R_g}\} \\ &= \{m_1 \ddot{\lambda} \vec{x} + m_2 (\ddot{\lambda} \vec{x} + l \ddot{\theta} \vec{x}_2 - l \dot{\theta}^2 \vec{z}_2) ; \vec{0} + (m_2 l \ddot{\lambda} \cos \theta + m_2 l \dot{\theta}^2) \vec{y}\} \end{aligned}$$

Équations dans la base $x y z$

$$0 = (m_1 + m_2) \ddot{\lambda} + m_2 (l \cos \theta \ddot{\theta} - l \dot{\theta}^2 \sin \theta)$$

$$Y_{G_{12}} = 0$$

$$Z_{G_{12}} + (m_1 + m_2) g = -m_2 l \ddot{\theta} \sin \theta - m_2 l \dot{\theta}^2 \cos \theta$$

$$L_{G_{12}} = 0$$

$$M_{G_{12}} = l m_2 (\underbrace{l \ddot{\theta} + \ddot{\lambda} \cos \theta + g \sin \theta}_{=0}) = 0 \quad (\text{équation de mot de } S_2 \text{ seul})$$

$$Z_{G_{12}} = 0$$

Dans certains cas on peut linéariser les équations différentielles.

$$\theta \text{ petit} \quad \cos \theta = 1 \quad \sin \theta = 0.$$

θ autour d'une position d'équilibre.

$$\theta = \theta_0 + \Delta\theta \text{ alors } \Delta\theta \text{ petit} \quad \cos \Delta\theta = 1 \quad \sin \Delta\theta = \Delta\theta.$$

Système d'équation :

$$\begin{cases} \ddot{\lambda} \cos \theta + l \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0 \\ (m_1 + m_2) \ddot{\lambda} + l m_2 \ddot{\theta} \cos \theta - l m_2 \dot{\theta}^2 \sin \theta = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{\lambda} + l \ddot{\theta} + g \theta = 0 \\ (m_1 + m_2) \ddot{\lambda} + l m_2 \ddot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (-l m_2 \dot{\theta}^2 \theta \approx 0 \text{ inf petit ordre 3})$$

$$\Rightarrow \ddot{\lambda} = - \frac{m_2}{m_1 + m_2} l \ddot{\theta}$$

$$\dot{\lambda} = - \frac{m_2}{m_1 + m_2} l \dot{\theta} + (cte = A)$$

$$\lambda = - \frac{m_2}{m_1 + m_2} l \theta + A t + B$$

Rq : Quand on isole S_2 , l'équation de mouvement, c'est la projection du moment dynamique sur $G_1 \vec{y}$ qui égale la projection des moment des forces sur $G_1 \vec{y}$, $G_1 \vec{y}$ étant l'axe de la liaison pivot.

Quand on isole $S_1 \cup S_2$, l'équation de mouvement, c'est la projection de la résultante dynamique sur $G_1 \vec{x}$, qui égale la projection de la somme des forces sur $G_1 \vec{x}$, $G_1 \vec{x}$ étant l'axe de la liaison glissière.

On trouve l'équation de mouvement en projetant un des deux théorèmes (Résultante dynamique ou moment dynamique) sur l'axe libre de la liaison.

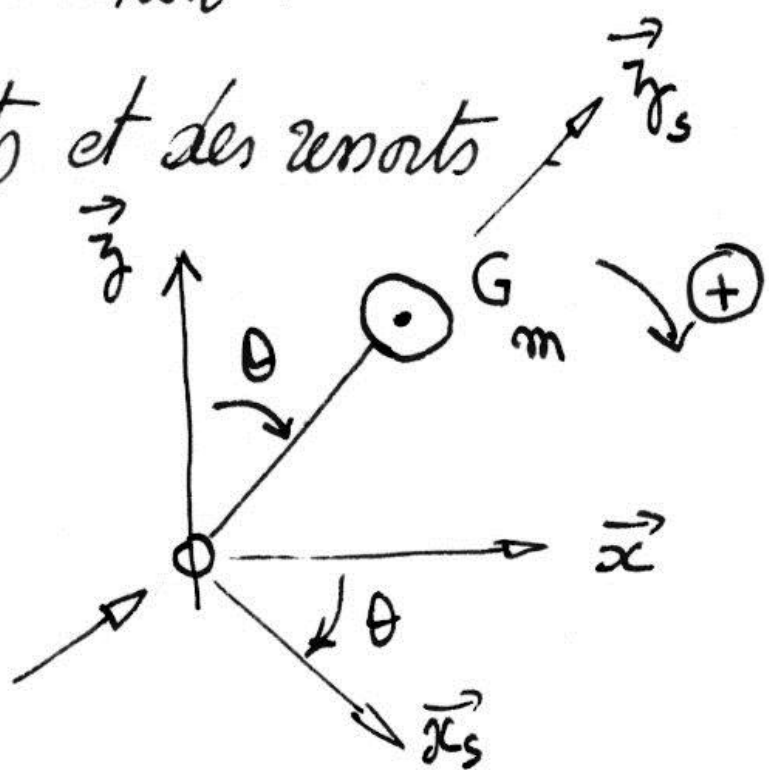
Liaison pivot : projection du théorème du moment dynamique sur l'axe de la liaison.

Liaison glissière : projection du théorème de la résultante dynamique sur l'axe de la glissière.

PFD systèmes ponctuels, ou en translation.

12/9/2017

prise en compte des frottements et des ressorts



frottement visqueux. f_v

Ressort de torsion. C

Bilan des actions

$$\{F_{0 \rightarrow s}\} = \{x_{0,1} \vec{x} + y_{0,1} \vec{y} + z_{0,1} \vec{z}; L_{0,1} \vec{x} + \boxed{0 \vec{y}} + N_{0,1} \vec{z}\}_0.$$

$$\{F_{pus \rightarrow s}\} = \{-mg \vec{z}; \vec{0}\}_G$$

$$\{F_{ress \rightarrow s}\} = \{\vec{0}; -C \theta \vec{y}\}$$

$$\{F_{frot \rightarrow s}\} = \{\vec{0}; -f_v \dot{\theta} \vec{y}\}.$$

Equation de mouvement.

Théorème du moment dynamique projeté sur $\vec{y}$:

$$-C \theta - f_v \dot{\theta} + mgL \sin \theta = (\vec{OG} \wedge m \vec{\Gamma}_{G/Rg}) \cdot \vec{y}.$$

$$\vec{\Gamma}_{G/Rg} = L \ddot{\theta} \vec{x}_s - L \dot{\theta}^2 \vec{z}_s. \quad \vec{OG} = L \vec{z}_s.$$

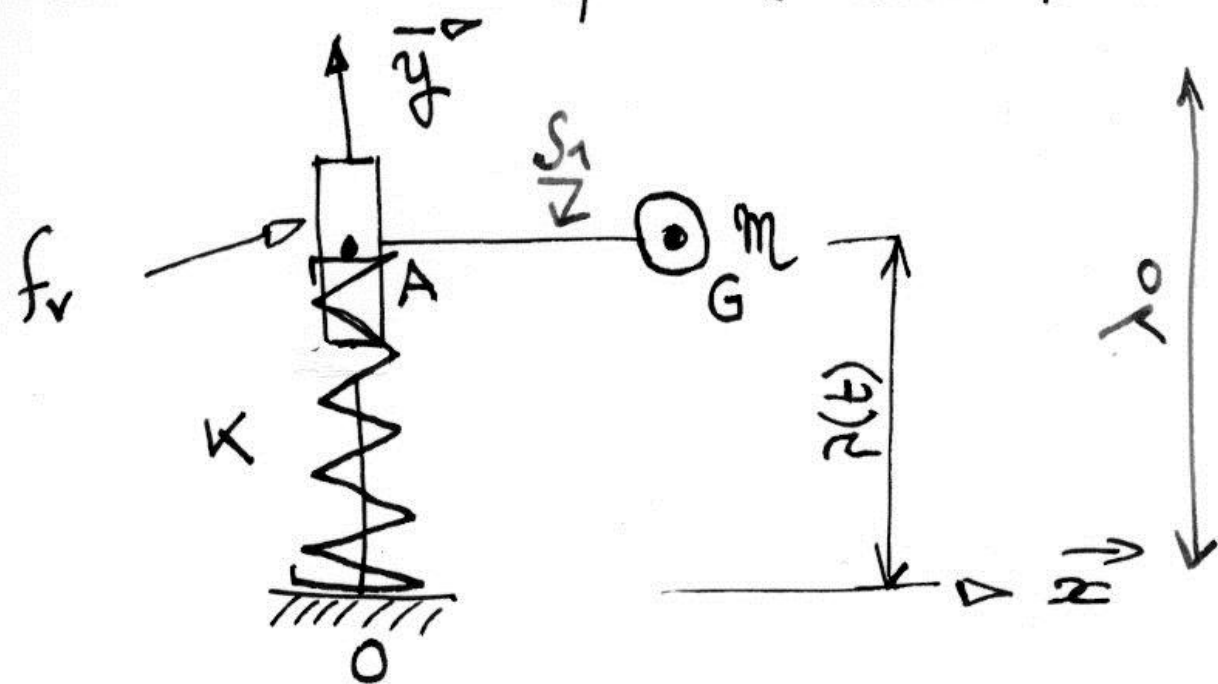
$$\vec{OG} \wedge m \vec{\Gamma}_{G/Rg} = mL^2 \ddot{\theta} \vec{y}$$

$$-C \theta - f_v \dot{\theta} + mgL \sin \theta = mL^2 \ddot{\theta}$$

$$\theta \text{ petit: } mL^2 \ddot{\theta} + f_v \dot{\theta} + (C - mLg) \theta = 0$$

Solide en translation en oscillations libres.

12/9/2017



$$\lambda - \lambda_0 < 0 \quad \text{action } \gamma_0$$

Bilan:

$$\{F_{0 \rightarrow 1}\} = \{X_{A01} \vec{x} + 0 \vec{y} + Z_{A01} \vec{z} ; L_{A01} \vec{x} + M_{A01} \vec{y} + N_{A01} \vec{z}\}$$

$$\{F_{pus \rightarrow 1}\} = \{-mg \vec{y} ; \vec{0}\}_G = \{-mg \vec{y} ; -mgL \vec{z}\}_A$$

$$\{F_{unnt \rightarrow 1}\} = \{-K(\lambda - \lambda_0) \vec{y} ; \vec{0}\}_A$$

$$\{F_{fv \rightarrow 1}\} = \{-f_v \dot{\lambda} \vec{y} ; \vec{0}\}_A$$

PFD: $\vec{V}_{G/R_g} = \dot{\lambda} \vec{y} \quad \vec{\Gamma}_{G/R_g} = \ddot{\lambda} \vec{y}$

$$\{\mathcal{D}_{1/R_g}\} = \{m \cdot \vec{\Gamma}_{G/R_g} ; \vec{AG} \wedge m \vec{\Gamma}_{G/R_g}\}_A$$

$$\vec{AG} = L \vec{x} \\ L \vec{x} \wedge m \ddot{\lambda} \vec{y}$$

$$\{\mathcal{D}_{1/R_g}\} = \{m \ddot{\lambda} \vec{y} ; mL \ddot{\lambda} \vec{z}\}_A$$

$$\begin{cases} X_{A01} = 0 \\ -mg - K(\lambda - \lambda_0) - f_v \dot{\lambda} = m \ddot{\lambda} \\ Z_{A01} = 0 \\ L_{A01} = 0 \\ M_{A01} = 0 \\ N_{A01} - mgL = mL \ddot{\lambda} \end{cases}$$

Equation de mouvement .

$$m \ddot{\lambda} + f_v \dot{\lambda} + K \lambda = K \lambda_0 - mg . \quad = K \lambda_0 + K \lambda_e - K \lambda_0$$

mais . $mg = -K (\lambda_e - \lambda_0)$ à l'équilibre . $\nearrow$

$$m \ddot{\lambda} + f_v \dot{\lambda} + K \lambda = K \lambda_e$$

et le moment d'encastrement

$$N_{A01} = mL(\ddot{\lambda} + g)$$