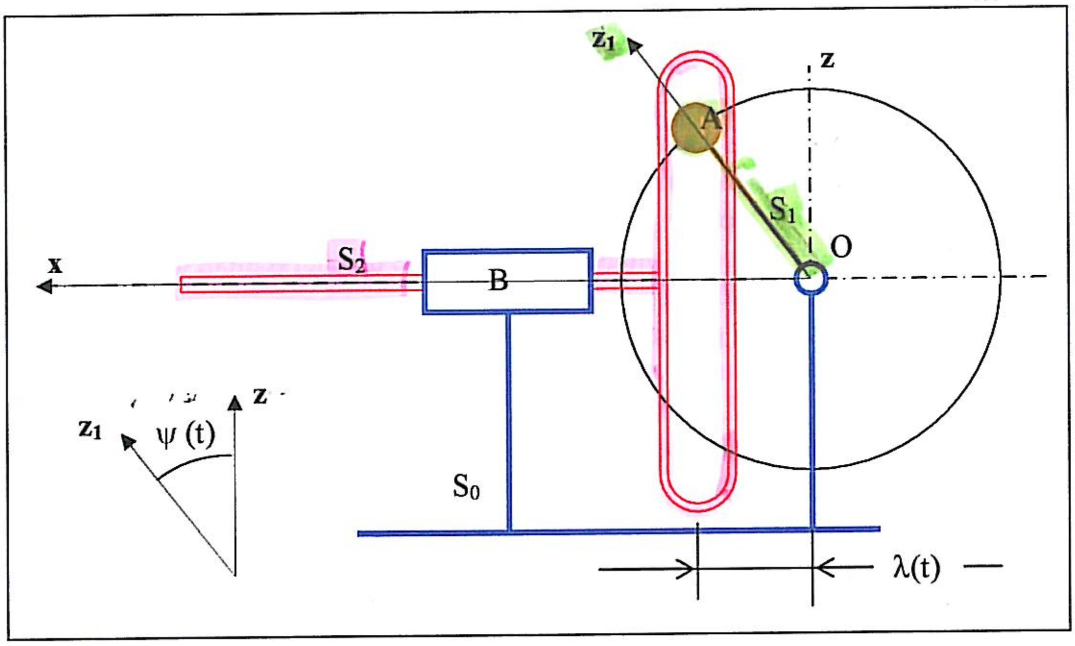
6. Exemples d'application de la composition des vecteurs vitesse des points d'un solide :

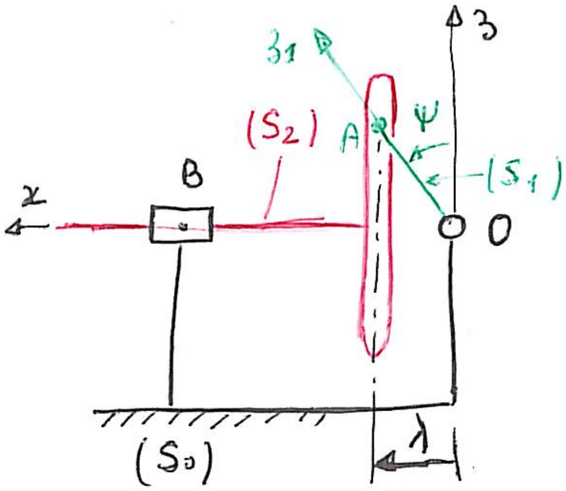
- Bielle cadre.



Un mécanisme de transformation de mouvement par bielle-cadre est schématisé ci-dessus : un bâti S_0, un solide S_1 appelé manivelle est en liaison pivot (O,**y**) avec S_0, un solide S_2 appelé bielle-cadre de par sa forme, est en liaison glissière (B,**x**)avec le bâti S_0, S_1 et S_2 sont liés par l'intermédiaire du maneton de S_1 en A qui glisse dans le cadre de S_2.

- Déterminer la nature du mouvement de S_1 par rapport à S_0 et écrire le torseur cinématique.
- Déterminer la nature du mouvement de S_2 par rapport à S_0 et écrire le torseur cinématique.
- Déterminer en fonction du paramètre ψ la vitesse de déplacement du maneton dans le cadre.
- Application numérique : vitesse maximale si $\psi° = 10$ rd/s, R= 80 mm

Bielle - cadre. 2010



$\psi = (\vec{z}, \vec{z_1})$

$\vec{OA} = R.\vec{z_1}$

$\lambda = R \sin \psi$

Nature du mouvement de S_1/S_0

→ Rotation d'axe $(O, \vec{y})$

$$\{\mathcal{V}_{S_1/R}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{S_1/R} \\ \vec{V}_{O\in S_1/R} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \dot{\psi}\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

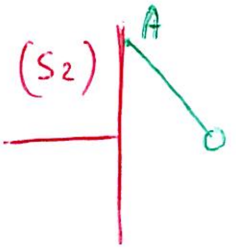
Nature du mouvement de S_2/S_0

→ Translation rectiligne d'axe $(B, \vec{x})$

$$\{\mathcal{V}_{S_2/R}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{S_2/R} \\ \vec{V}_{B\in S_2/R} \end{Bmatrix}_{B\in S_2} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{\lambda}\vec{x} \end{Bmatrix}_{B\in S_2}$$

Vitesse de glissement du maneton dans le cadre.

- Hyp 1 : on admet que le rayon r du maneton est faible et peut être négligé.



La vitesse de glissement peut s'exprimer en A entre S_2 et S_1

$$\vec{V}_{A\in S_1/S_2} = \vec{V}_{A\in S_1/S_0} - \vec{V}_{A\in S_2/S_0}$$

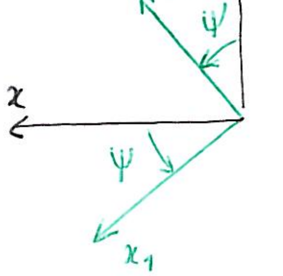
Avec $\vec{V}_{A\in S_1/S_0} = \vec{V}_{O\in S_1/S_0} + \vec{AO} \wedge \vec{\Omega}_{S_1/S_0}$

$= \vec{0} + (-R\vec{z_1}) \wedge \dot{\psi}\vec{y} = R\dot{\psi}\vec{x_1}$

et $\vec{V}_{A\in S_2/S_0} = \dot{\lambda}\vec{x}$ (car S_2 est en translation)

Or $\lambda = R \sin\psi \Rightarrow \dot{\lambda} = R\dot{\psi}\cos\psi$

La vitesse de glissement devient :



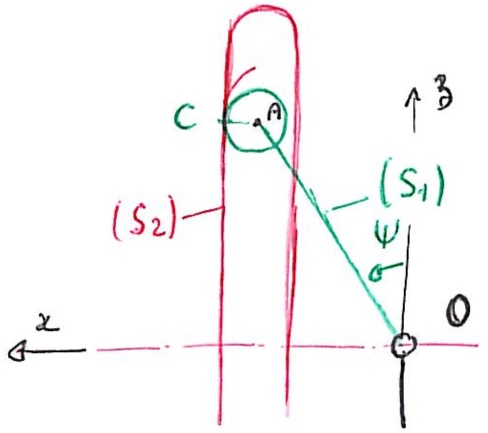
$$\vec{V}_{A\in S_1/S_2} = R\dot{\psi}\vec{x_1} - R\dot{\psi}\cos\psi\,\vec{x}$$

Or $\vec{x_1} = \cos\psi\,\vec{x} - \sin\psi\,\vec{z}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}_{A\in S_1/S_2} = -R\dot{\psi}\sin\psi\,\vec{z}}$$

On peut vérifier que cette vitesse est bien dans le plan tangent.

• Hyp 2 : Le rayon r du maneton n'est pas négligeable



$$\vec{AC} = r.\vec{x}$$

$$\vec{V}_{C\in S_1/S_2} = \vec{V}_{C\in S_1/S_0} - \vec{V}_{C\in S_2/S_0}$$

$$\vec{V}_{C\in S_1/S_0} = \vec{V}_{A\in S_1/S_0} + \vec{CA} \wedge \vec{\Omega}_{S_1/S_0}$$

$$= R\dot{\psi}\vec{x_1} + (-r\vec{x}) \wedge \dot{\psi}.\vec{y}$$

$$\boxed{\vec{V}_{C\in S_1/S_0} = R\dot{\psi}\,\vec{x_1} - r\dot{\psi}.\vec{z}}$$

$$\vec{V}_{C\in S_2/S_0} = \dot{\lambda}\,\vec{x} \quad \text{(comme précédemment)}$$

$$= R\dot{\psi}\cos\psi.\vec{x}$$

Ce qui conduit à la vitesse de glissement

$$\vec{V}_{C\in S_1/S_2} = R\dot{\psi}\vec{x_1} - r\dot{\psi}\vec{z} - R\dot{\psi}\cos\psi\,\vec{x}$$

or $\vec{x_1} = \cos\psi\,\vec{x} - \sin\psi\,\vec{z}$

$$\Rightarrow \vec{V}_{C\in S_1/S_2} = -R\dot{\psi}\sin\psi\,\vec{z} - r\dot{\psi}\,\vec{z}$$

$$\boxed{\vec{V}_{C\in S_1/S_2} = -\dot{\psi}(R\sin\psi + r)\vec{z}}$$

On vérifie que la vitesse de glissement est bien dans le plan tangent.