

Un système linéaire a comme fonction de transfert H(p) en boucle ouverte mis sous forme canonique :

$$H(p) = \frac{1,2}{1 + 0,02 p}$$

Rechercher les caractéristiques de la FT : **gain statique** et **constante de temps**.

Réponse harmonique :

Ecrire littéralement puis appliquer numériquement l'expression du module, du module en dB et de la phase de la réponse harmonique.

Déterminer les équations des asymptotes de la courbe du module dans le plan de BODE.

Montrer que la deuxième asymptote dans le cas du premier ordre a une pente de -20 dB.

Sur un papier semi-log, tracer ces deux asymptotes.

Calculer la valeur du module en dB de la réponse harmonique au point d'intersection des deux asymptotes.

Déterminer la phase en $1/\tau$, $0,1/\tau$, $0,01/\tau$, $10/\tau$, $100/\tau$,

Tracer alors le diagramme de BODE.

A partir de points relevés sur le diagramme de BODE, tracer le diagramme de BLACK.

Réponse temporelle :

Tracer la réponse temporelle à un échelon, à une rampe.

Le système est maintenant bouclé en réponse unitaire :

Tracer la réponse temporelle de la FTBF à un échelon, à une rampe.

On corrige le système par un correcteur

$$C(p) = \frac{1 + 0.1 p}{p}$$

Observer sur échelon et tracer l'allure de la réponse temporelle de $H(p).C(p)$ en boucle fermée à retour unitaire, à un échelon, à une rampe.

Tracer le diagramme asymptotique de BODE du correcteur et tracer sur le diagramme de BLACK précédent : $C(p).H(p)$

Objectif : tracer le diagramme asymptotique de BODE

$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau p} \quad \text{forme canonique d'un premier ordre}$$

K gain statique, τ constante de temps.

Réponse harmonique (fréquentielle).

$$H(j\omega) = \frac{K}{1 + \tau j\omega} \quad \text{a comme module } \frac{K}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}}, \quad \text{phase} = -\arctan(\tau\omega)$$

(voir cours : 3. réponse fréquentielle 1^{er} ordre)

Représentation dans le plan de BODE du module et de la phase.

Le module est calculé en db

$$|H(j\omega)|_{db} = 20 \log K - 20 \log \sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}$$

La courbe a deux asymptotes : $y_1(\omega)$ et $y_2(\omega)$.

$$\text{si } \omega \ll \frac{1}{\tau}, \quad y_1(\omega) = 20 \log K - 20 \log 1 = 20 \log K$$

$$\text{si } \omega \gg \frac{1}{\tau}, \quad y_2(\omega) = 20 \log K - 20 \log \tau \omega.$$

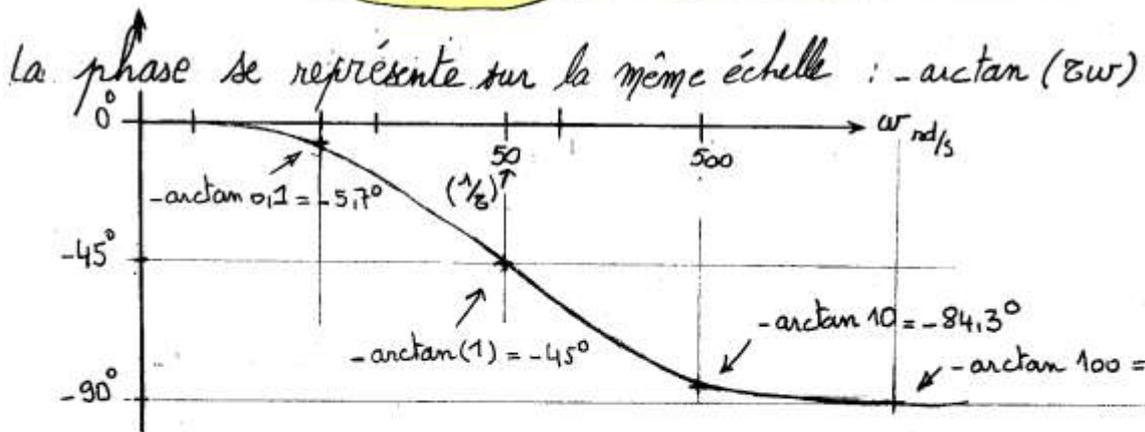
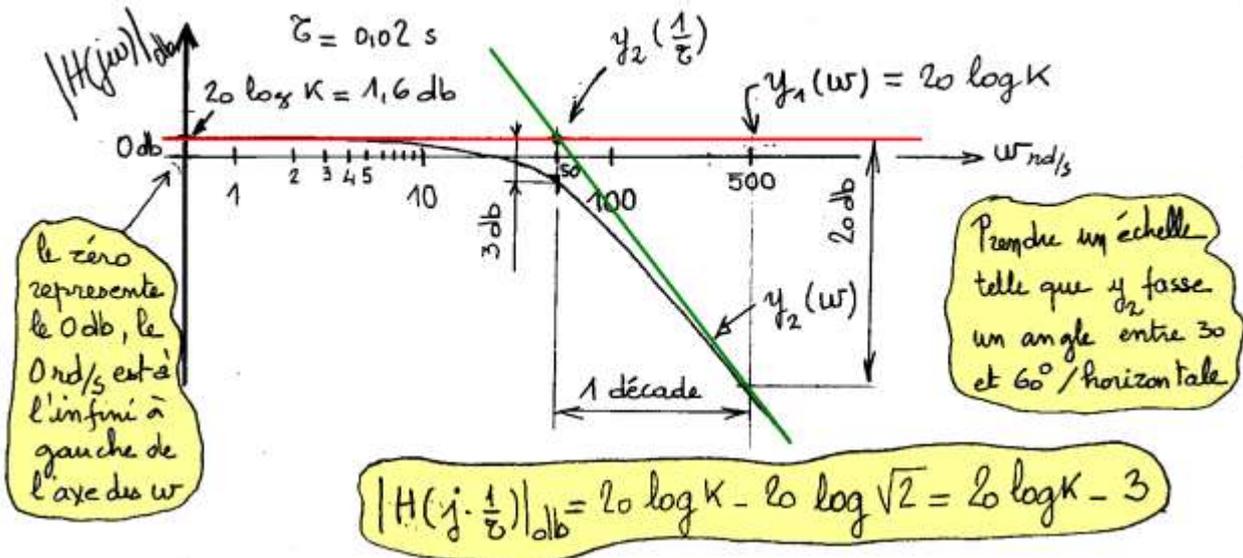
c'est l'équation d'une droite sur une échelle semi-log.

pente de la droite

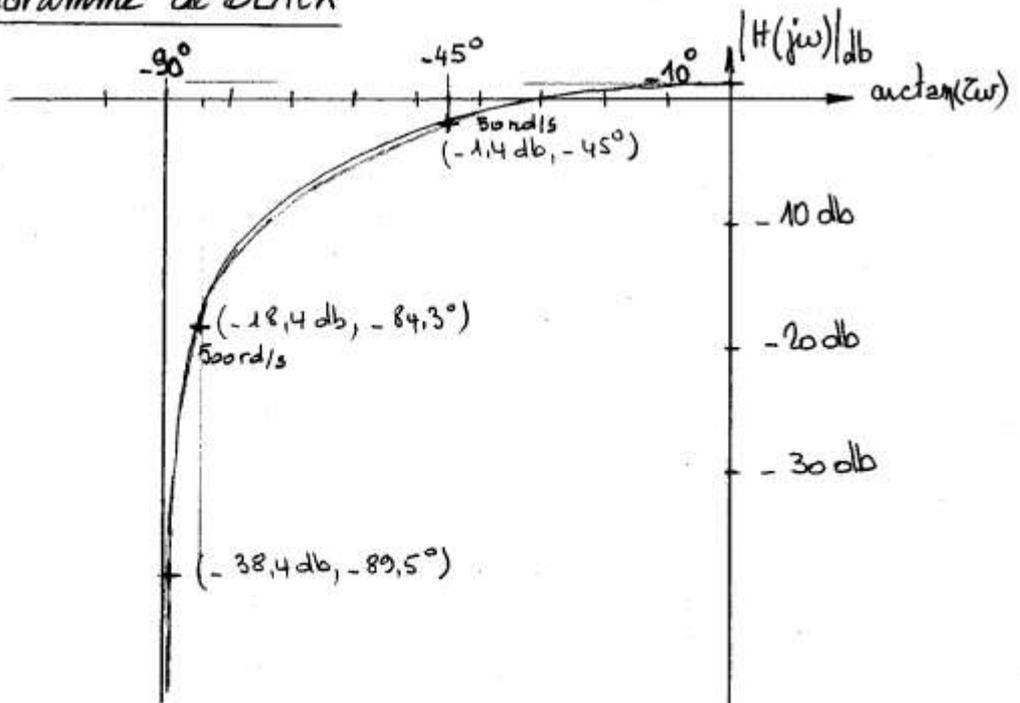
$$\begin{aligned} y_2(10\omega) - y_2(\omega) &= 20 \log K - 20 \log 10\tau\omega \\ &\quad - 20 \log K + 20 \log \tau\omega \\ &= -20 \text{ db.} \end{aligned}$$

Un point de la droite :

$$y_2\left(\frac{1}{\tau}\right) = 20 \log K.$$



Tracé du diagramme de BLACK



Correcteur C(p) :

le correcteur a comme fonction de transfert $C(p) = \frac{1 + \tau_c p}{p}$

$$C(j\omega) = \frac{1 + \tau_c j\omega}{j\omega}$$

$$|C(j\omega)|_{db} = 20 \log \sqrt{1 + \tau_c^2 \omega^2} - 20 \log \omega$$

$$\arg C(j\omega) = + \arctan \tau_c \omega - 90^\circ$$

asymptotes :

$$\omega \ll 1/\tau_c \rightarrow y_1 = -20 \log \omega$$

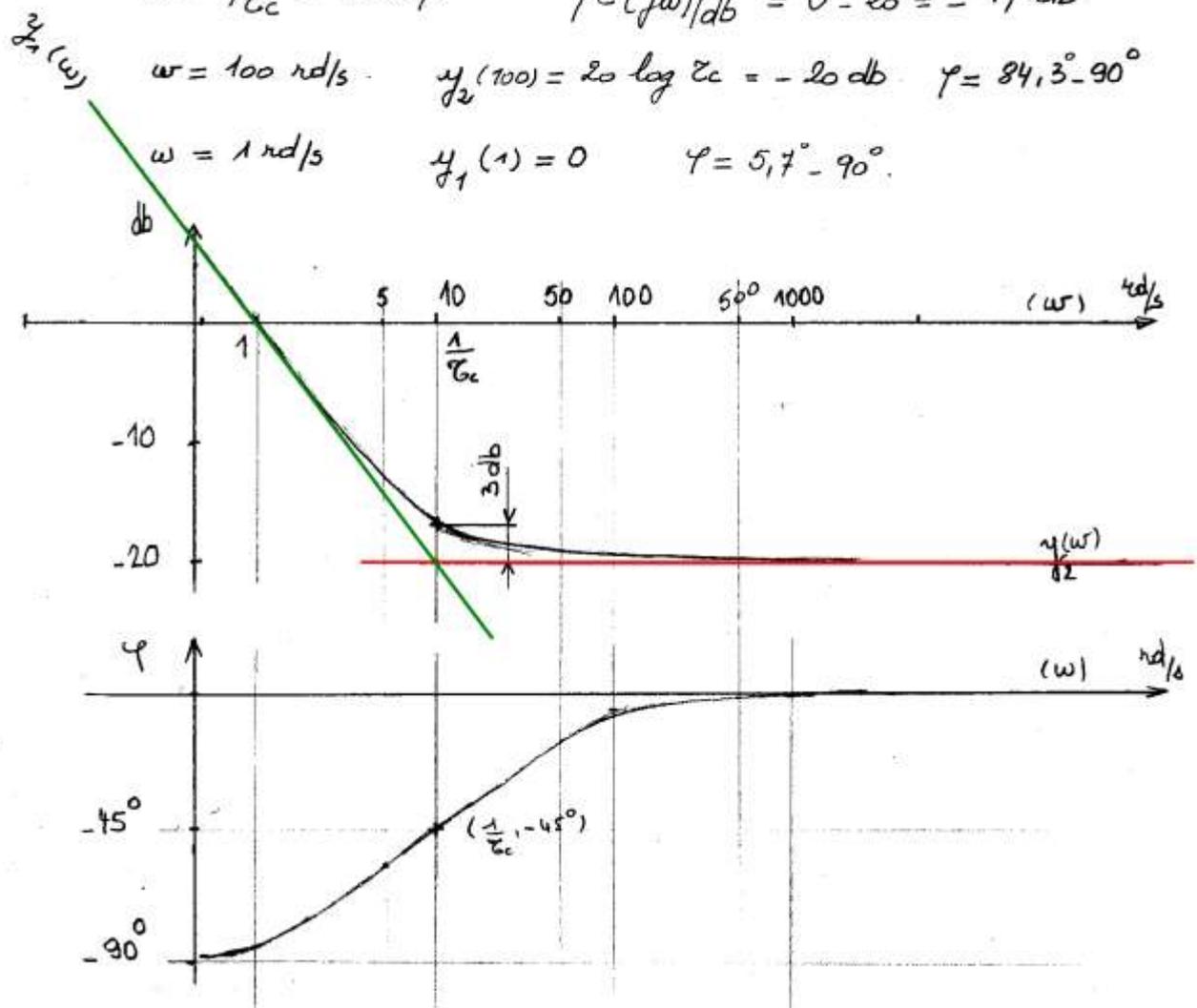
$$\omega \gg 1/\tau_c \rightarrow y_2 = 20 \log \tau_c \omega - 20 \log \omega = 20 \log \tau_c$$

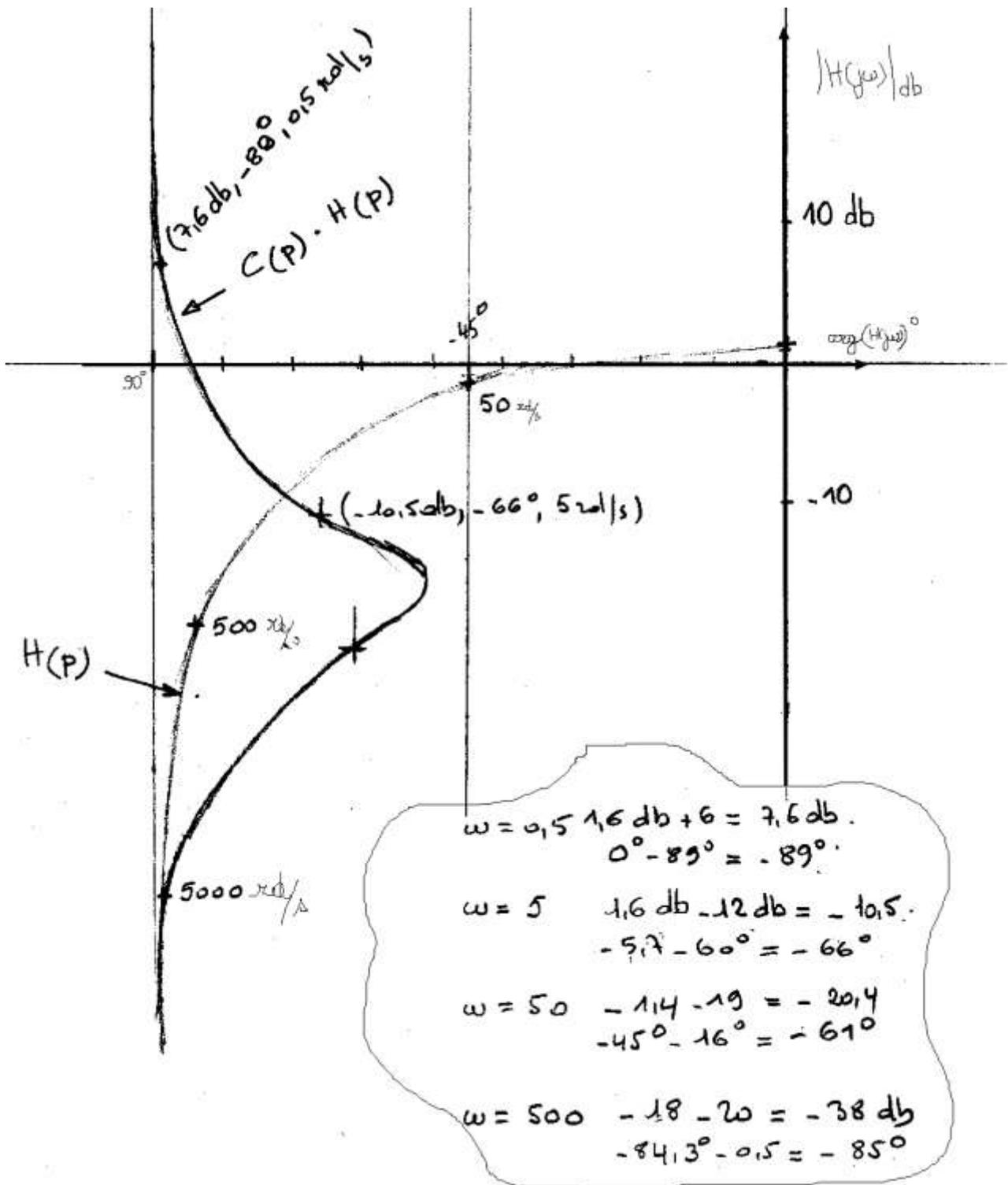
points :

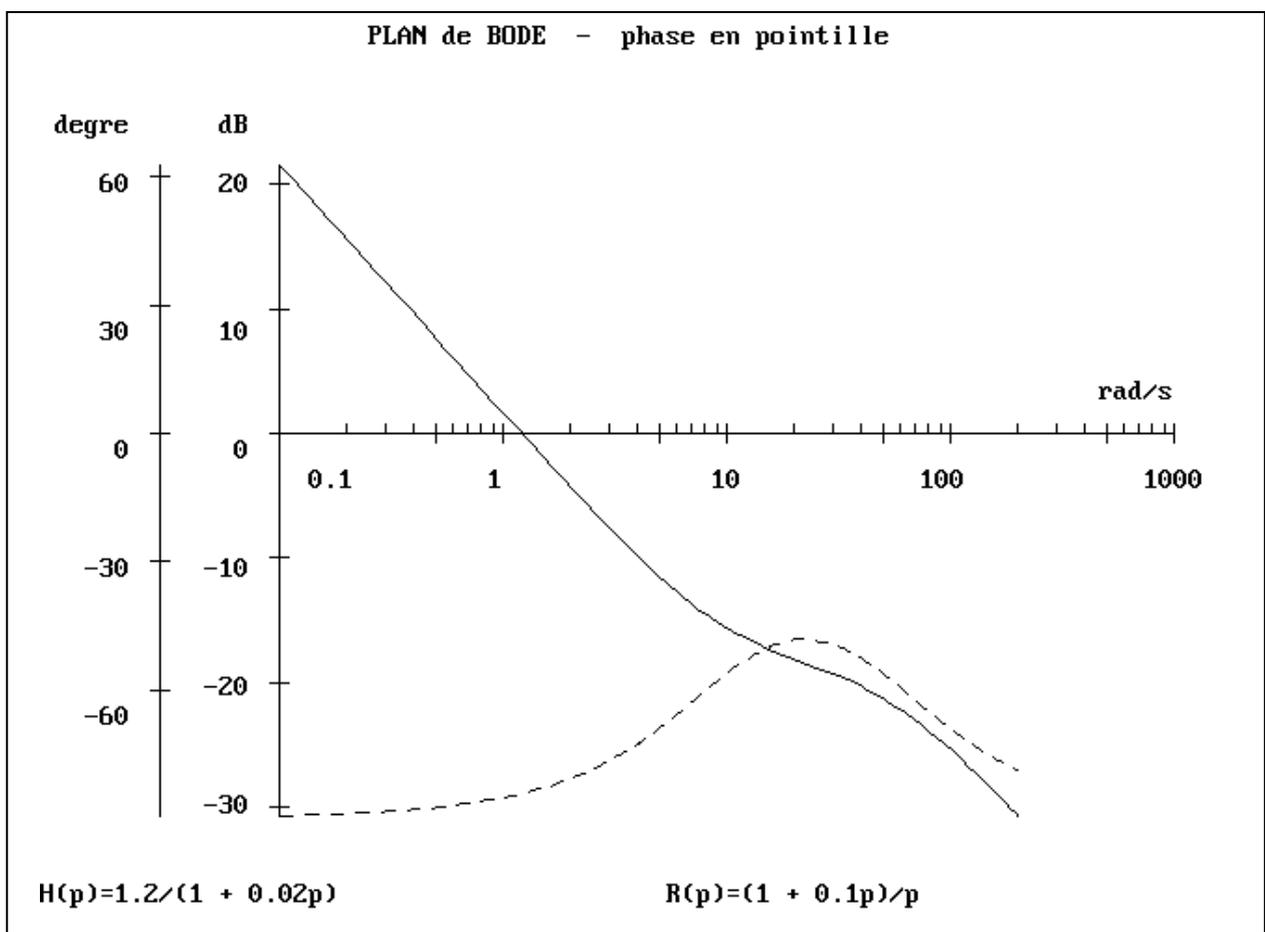
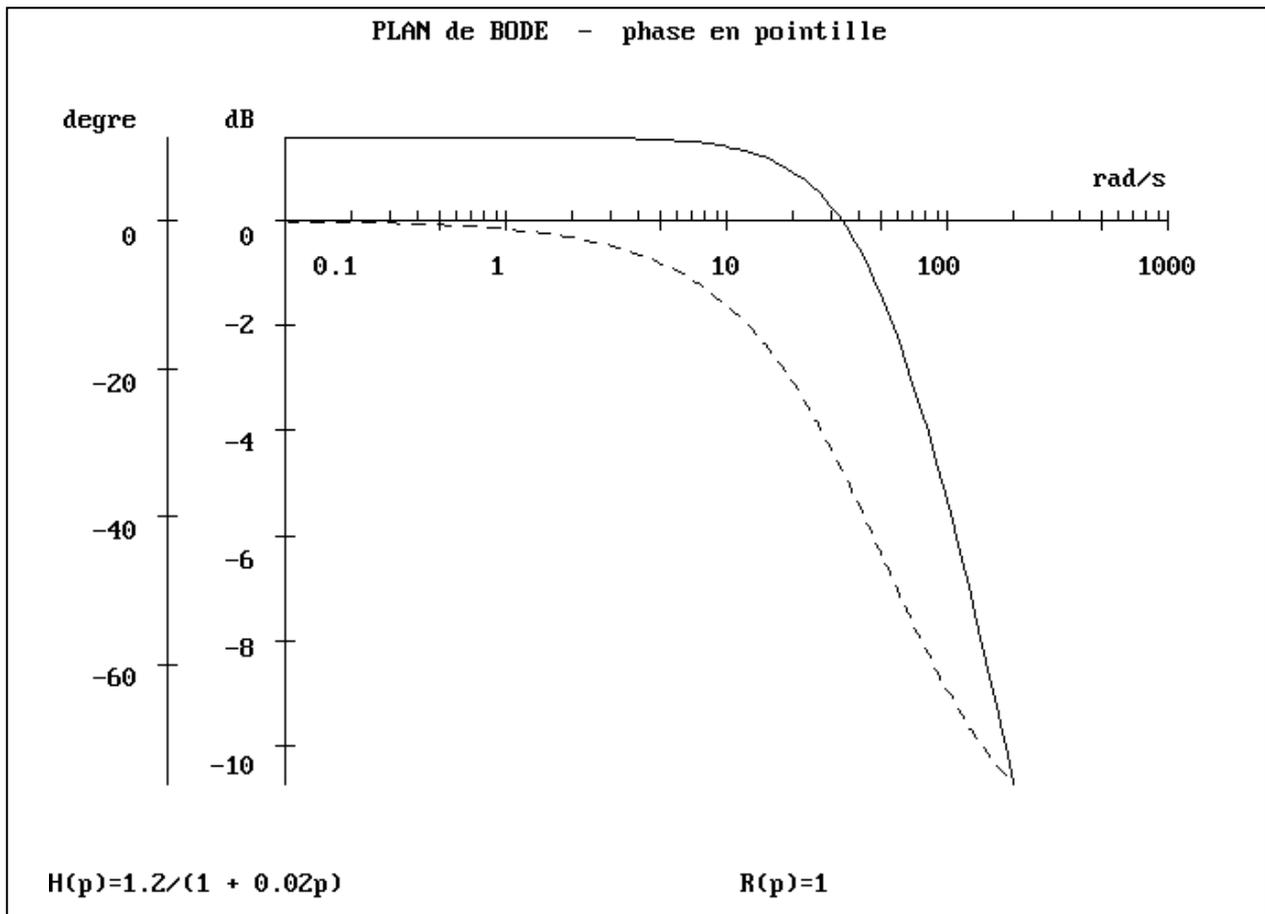
$$\omega = 1/\tau_c = 10 \text{ rad/s} \quad |C(j\omega)|_{db} = 3 - 20 = -17 \text{ db}$$

$$\omega = 100 \text{ rad/s} \quad y_2(100) = 20 \log \tau_c = -20 \text{ db} \quad \varphi = 84,3^\circ - 90^\circ$$

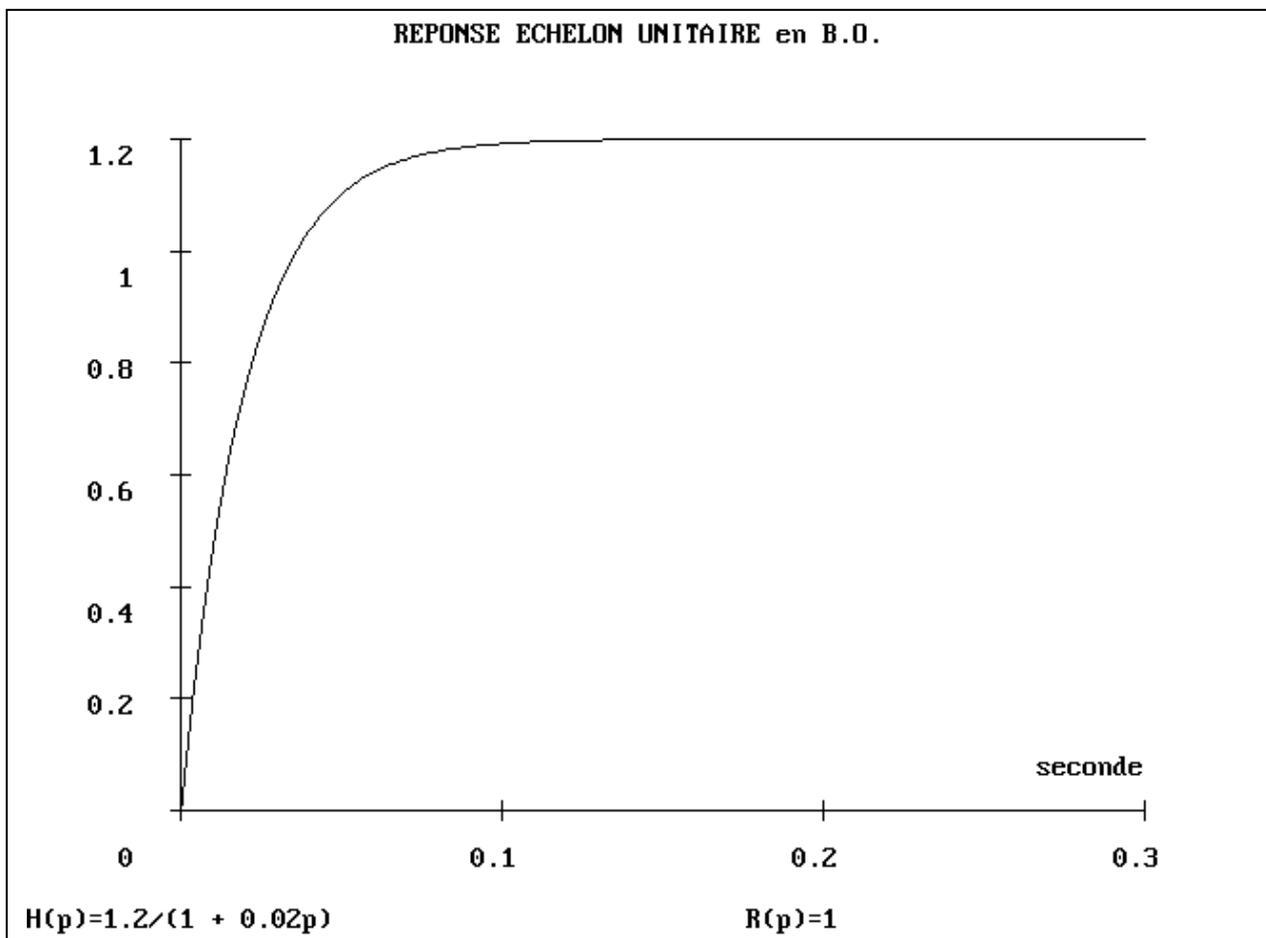
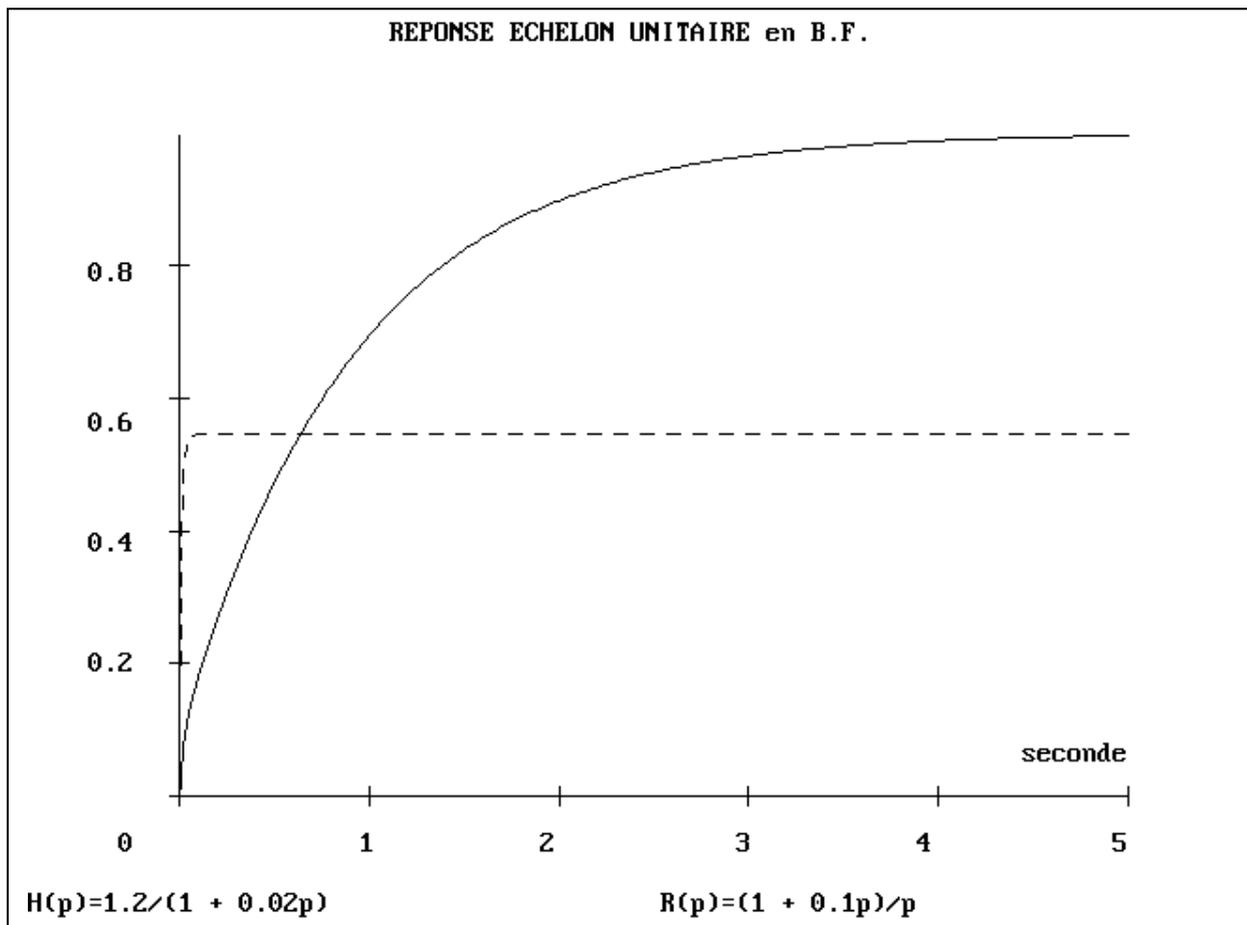
$$\omega = 1 \text{ rad/s} \quad y_1(1) = 0 \quad \varphi = 5,7^\circ - 90^\circ$$







Objectif : tracer le diagramme asymptotique de BODE



Objectif : tracer le diagramme asymptotique de BODE