Chapitre 9 : Introduction à l'asservissement numérique

1. Notions sur l'asservissement numérique

1.1. Principe de l'asservissement numérique

Afin de mettre en œuvre les asservissements en milieu industriel, l'usage d'outils informatiques comme organes de contrôle des processus asservis est essentiel.

C'est le cas par exemples des ordinateurs ou des microcontrôleurs qui peuvent assumer des fonctions de calculateurs numériques. Mais de tels instruments sont à base de composants électroniques (microprocesseurs, mémoires, ...) et fonctionnent avec des signaux binaires, porteurs d'informations numériques, on parle alors de *signaux numériques*.

Se pose alors un problème fondamental, à savoir qu'un outil numérique ne peut s'accommoder de *signaux analogiques*, pourtant quasi exclusifs dans la majorité des systèmes physiques.

En effet, le mode de traitement des informations imposé par un calculateur est de nature numérique et cadencé dans le temps de façon périodique grâce à une horloge. Le temps et l'amplitude du signal sont donc des grandeurs discrètes.

Schématiquement, cela signifie que tout signal utilisable et généré par l'ordinateur est une suite de nombres.

Les problèmes qu'il s'agit de résoudre pour le contrôle des processus continus sont :

a. **l'échantillonnage d'un signal continu :**
   Cette opération consiste à relever les informations prises par un signal continu à intervalle de temps régulier, appelé *période d'échantillonnage*.
   On parle alors de *signal échantillonné*.
   Cela signifie que le calculateur ne tiendra compte que des *échantillons*, c'est-à-dire des valeurs prises par le signal aux *instants d'échantillonnage*.

b. **la conversion d'un signal analogique en un signal numérique :**
   Il s'agit de convertir la valeur prise par un signal analogique à l'instant d'échantillonnage en une valeur numérique afin qu'elle soit traitée par le calculateur.
   Un tel signal peut, par exemple, provenir d'un capteur.
   On parlera alors de *signal de mesure*.

c. **la conversion d'un signal numérique en un signal analogique :**
   Cette opération consiste à transformer le signal numérique issu du calculateur à l'instant d'échantillonnage (on parlera de *signal numérique de commande*), en *signal analogique de commande* existant sur toute la période d'échantillonnage, l'objectif étant de commander le système physique.

d. la synthèse d'un algorithme de calcul :
Il s'agit d'établir une loi d'évolution du signal de commande numérique en fonction des signaux de mesure et de référence, également numériques, afin de permettre au système asservi de satisfaire un cahier des charges. Cette fonction est appelée *correcteur numérique* ou encore *loi de commande numérique*. Elle a pour objectif de déterminer la valeur du signal numérique de commande à un instant d'échantillonnage, à partir des valeurs antérieures des signaux numériques de commande, de mesure et de référence. Concrètement, la *loi de commande numérique* s'exprime comme une *relation de récurrence* qui permet aisément son implémentation dans un calculateur numérique.

Quelques définitions :

- L'objet permettant de réaliser les opérations **(a)-(b)** s'appelle un Convertisseur-Analogique-Numérique (**CAN**).
- L'objet permettant de réaliser l'opération **(c)** s'appelle un Convertisseur-Numérique-Analogique (**CNA**).

Remarque :

Dans la pratique, le signal analogique traité par le CAN est quantifié sur une échelle finie de valeurs.
La quantification de l'amplitude du signal échantillonné implique donc une approximation de la valeur réelle du signal analogique correspondant.
Cela peut aboutir à la propagation d'erreurs d'arrondis dans le calculateur et avoir des conséquences sur le comportement global du système asservi (précision, stabilité, robustesse...).
Bien que cela ne fasse pas l'objet de ce cours, il est important de noter que l'étude de la quantification et du codage est essentielle pour la mise en œuvre pratique d'un asservissement numérique.

1.2 Structure d'un asservissement numérique

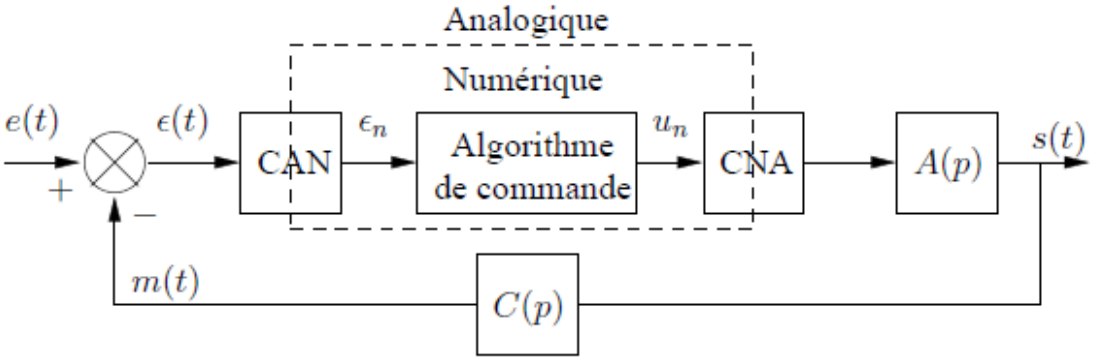


FIG. 1 – Structure typique de la réalisation d'un asservissement numérique

L'asservissement numérique se fait typiquement par le biais d'une structure schématisée par la figure 1 et composée des objets fondamentaux suivants :

a. *Un comparateur* : celui-ci fournit un signal d'écart $\epsilon(t)$ qui réalise la différence entre le signal analogique de référence $e(t)$ et le signal analogique de mesure $m(t)$.

b. *Un CAN* : celui-ci fonctionne à la période d'échantillonnage $T > 0$. Il fournit à sa sortie le signal numérique d'écart noté ϵ_n.

c. *Un algorithme de commande* : celui-ci manipule des suites de nombres et a pour fonction d'élaborer la loi de commande.
Il délivre donc le signal numérique de commande u_n.

d. *Un CNA* : celui-ci fonctionne à la période d'échantillonnage $T > 0$. Il transforme le signal numérique de commande issu du calculateur en signal analogique de commande correspondant.

e. *Des transmittances* $A(p)$ et $C(p)$ représentant respectivement la dynamique du système et celle du capteur.
En pratique, l'opération de comparaison se fait également numériquement. Ainsi, une autre structure typique d'asservissement peut être schématisée par la figure 2 où nous pouvons remarquer la présence d'un CAN supplémentaire.

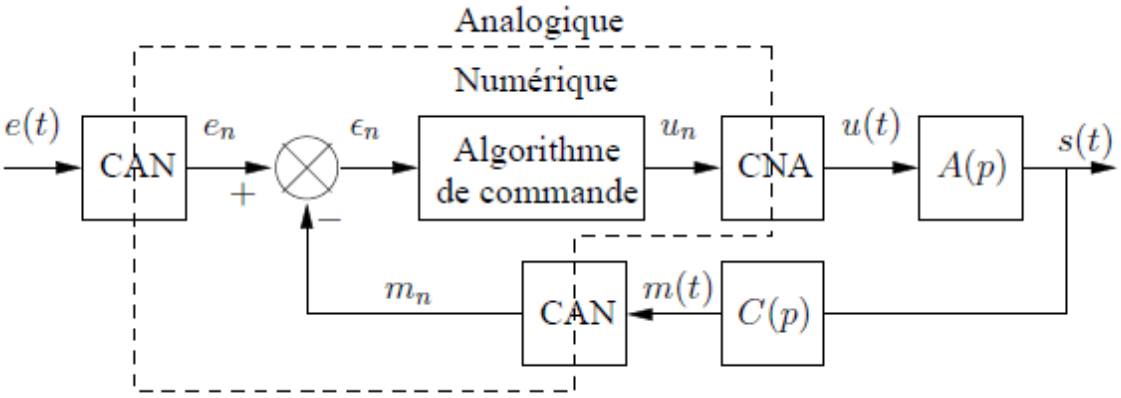


FIG. 2 – Autre structure typique réalisant un asservissement numérique.

Dans toute structure d'asservissement est inséré un calculateur numérique réalisant les tâches de l'algorithme de commande.
Un tel calculateur peut être à base de microprocesseurs et faire partie d'un microcontrôleur, d'une carte électronique dite d'*acquisition et de traitement temps réel,* réalisant également les opérations de conversion.

2. Modélisation des signaux échantillonnés

2.1. Définition

Soit $e(t)$ un signal temporel causal. Sauf mention particulière, tous les signaux considérés dans ce cours seront *causaux*, c'est-à-dire nuls pour les temps $t < 0$.
(fig 3)

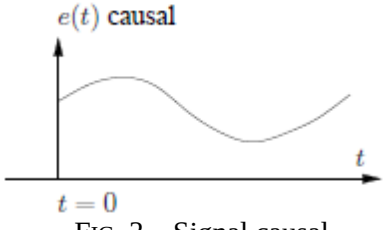


FIG. 3 – Signal causal.

L'échantillonnage du signal e(t) consiste à transformer celui-ci en une suite discrète e(nT) de valeurs prises aux instants nT.

Ici n est un entier naturel (n = 0, 1, 2, · · ·) et T est la période d'échantillonnage.

Les instants nT sont appelés *instants d'échantillonnage*.

Les intervalles [nT, (n + 1)T] sont appelés *intervalles d'échantillonnage*.

L'opération décrite précédemment peut se formaliser comme suit. On définit d'abord p(t), la *fonction d'échantillonnage* aux instants nT, donnée par :

$$p(t) := \sum_{n\geq 0} \delta(t - nT),$$

avec δ(t − t0), la fonction de Dirac au temps t0 (arbitraire).

Rappel :

L'objet δ(t−t0) est l'unique "fonction" telle que, pour tout signal s(t) on ait :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau)\delta(\tau - t_0)d\tau = s(t_0).$$

La "fonction" s(t)δ(t−t0), désignant le produit du signal s(t) et δ(t−t0), doit être comprise comme l'unique "fonction" telle que, pour tout signal r(t) on ait

$$\int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau)s(\tau)\delta(\tau - t_0)d\tau = r(t_0)s(t_0).$$

La fonction d'échantillonnage p(t) est aussi appelée *peigne temporel*. Elle est représentée sur la figure 4.

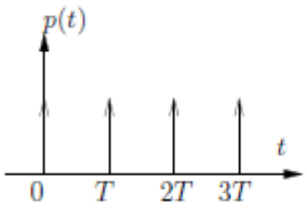


FIG. 4 – Peigne temporel causal

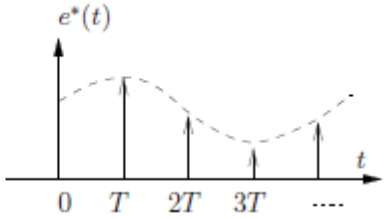


FIG. 5 – Signal peigné temporellement

L'application de la fonction d'échantillonnage au signal e(t) produit alors le signal échantillonné e∗(t) (figure 5) défini comme suit :

Définition

Soit e(t) un signal temporel causal et T la période d'échantillonnage. *Le signal échantillonné* e*(t) est égal à

$$e^*(t) := e(t)p(t) = e(t)\sum_{n\geq 0} \delta(t - nT).$$

On dit aussi que le signal e(t) est peigné temporellement.

En utilisant les propriétés de la fonction de Dirac, on peut exprimer e∗(t) comme suit :

$$\begin{aligned} e^*(t) &= e(t) \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} e(t)\, \delta(t - nT) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} e(nT)\, \delta(t - nT). \end{aligned}$$

On est conduit alors à la définition suivante :

Définition

Soit e(t) un signal temporel causal, T la période d'échantillonnage et e∗(t) le signal échantillonné associé.

On appelle *signal numérique* associé à e(t), la suite de nombre {e0, e1, e2,… } avec en := e(nT) pour n ≥ 0.

Le signal numérique est aussi appelé *suite des échantillons* et en, *échantillon à l'instant* nT.

Remarque :

En automatique, le signal échantillonné e∗(t) et le signal numérique en représentent formellement le même objet associé au signal e(t).

Ils présentent toutefois une différence qu'il convient de rappeler. En effet, e∗(t) est un signal à temps continu (mais nul presque partout), qui possède une énergie et qui peut donc être l'entrée d'un système.

Par contre, le signal numérique en est une suite de nombres dont la progression se fait en temps discret, et "vivant" dans un calculateur numérique. Par la suite, il nous arrivera souvent de confondre le signal e∗(t) et la suite numérique en = e(nT), n ∈ N.

On représentera indifféremment un signal échantillonné e∗(t) par :

$$\sum_{n\geq 0} e_n \delta(t - nT) \text{ ou } \{e_0, e_1, e_2, \cdots\}.$$

2.2 Signaux usuels

a. Impulsion unité : *L'impulsion unité échantillonnée*, δ∗(t),
Elle est définie par :

$$\begin{aligned} \delta^*(t) &= \delta(t)p(t) \\ &= \delta(t) \end{aligned}$$

(La dernière égalité est en fait une **convention**.)

Le signal numérique associé est égal à {1, 0, 0, · · · }.

On pose parfois δ∗(t − nT) := δn avec n entier naturel.

b. Echelon unité : *L'échelon unité échantillonné*, u∗(t) est définie par

$$u^*(t) = \sum_{n\geq 0} \delta(t - nT)$$

Ou encore :

$$u^*(t) = \sum_{n \geq 0} \delta_n.$$

Le signal numérique associé est égal à {1, 1, 1, · · · }.

On rappelle que l'échelon unité u (ou encore fonction de Heaviside) est définie, en temps continu, par u(t) = 1 pour t ≥ 0.

2.2 Théorème de Shannon

Parmi les préoccupations essentielles de l'échantillonnage, on a celle qui consiste à ne pas perdre d'informations lors de la discrétisation temporelle du signal continu.
Pour que cela soit possible, une des conditions à remplir est que le signal e(t) que l'on doit échantillonner ait une **largeur spectrale** (exprimée en Hz ou rad/s) **finie**, on parle alors d'un *spectre de type passe-bas*.

On rappelle que la largeur spectrale d'un tel signal est définie par l'intervalle [0, fmax] où fmax est la plus grande fréquence présente dans le spectre fréquentiel de ce signal.

Cette condition découle du phénomène de recouvrement (ou repliement) de spectre, traitée dans un autre cours, dont nous rappelons le résultat fondamental suivant :

Théorème de Shannon :

Pour préserver, lors de l'échantillonnage d'un signal e(t), le contenu spectral de ce signal, la *fréquence d'échantillonnage,* fe := 1/T , doit être supérieure au double de fmax, la largeur spectrale du signal :

$$fe > 2\, fmax.$$

Dans toute la suite, on supposera cette condition est vérifiée.

Conséquence pratique :
Dans la réalité, **tout signal analogique physiquement réalisable est de largeur spectrale "très grande"**, bien qu'il soit nécessairement d'énergie finie.

Cela peut provenir, par exemple, de la présence de bruits ou de perturbations additives dont les spectres d'amplitude ne sont pas négligeables aux hautes-fréquences.

Autrement dit, fmax est très grand ce qui conduit nécessairement au choix d'un fe encore plus grand.
Par exemple, si on mesure directement le signal issu d'un capteur accélérométrique au repos à l'aide d'un oscilloscope à balayage, on s'aperçoit que l'ordre de grandeur de fmax varie de 105 à 108 Hz.

Avant l'échantillonnage, il est nécessaire de filtrer le signal analogique brut par un filtre analogique de type passe-bas. Un tel filtre est appelé *Filtre Anti-Repliement* (FAR). Il a pour effet de rejeter toutes les fréquences élevées qui fausserait l'information par un phénomène de repliement.

Remarque :

Le choix de la fréquence d'échantillonnage d'un signal filtré dépend des caractéristiques du FAR utilisé, c'est-à-dire son ordre et sa fréquence de coupure. Le théorème de Shannon ne permet d'avoir qu'une borne **inférieure** sur la fréquence d'échantillonnage à ne pas dépasser.
Mais pour bien éviter le phénomène de recouvrement de spectre, il est, en pratique, indispensable de choisir une fréquence d'échantillonnage **bien plus élevée**, fonction du niveau d'atténuation obtenu au-delà de la fréquence fmax grâce au FAR.

Pour la mise en œuvre d'un asservissement numérique, le choix de la fréquence d'échantillonnage est un problème bien plus complexe.

Il dépend de la fréquence de coupure fc caractérisant **la bande passante** du système à asservir (FAR inclus) et des performances recherchées.

3. Bloqueurs et convertisseurs

Dans un système asservi échantillonné, des signaux de nature différente doivent cohabiter de façon harmonieuse pour aboutir au bon fonctionnement de l'ensemble.
Certains sont numériques et vivent dans un calculateur numérique. Ils ne sont intrinsèquement pas porteurs d'informations sur la réalité physique du système, comme par exemple son énergie.
Les autres sont analogiques et sont liés au comportement dynamique du système. En effet, lorsqu'ils sont issus de capteurs de mesure, ces signaux reflètent son fonctionnement physique et lorsqu'ils alimentent les actionneurs du système, ils régissent son comportement.

Deux problèmes se posent alors :

- L'un consiste à connecter la sortie du système avec l'entrée du calculateur.
- L'autre à connecter la sortie du calculateur numérique avec l'entrée du système.

Ces deux problèmes sont résolus par l'utilisation de CAN et de CNA de la façon présentée par la figure 1 du début de ce cours.

3.1. Bloqueurs :

Le passage d'un signal numérique à un signal analogique est réalisé par un CNA. Cependant, le comportement d'un CNA n'a pas encore été formellement abordé. Une modélisation de ce dernier est présentée plus en détail dans le paragraphe 3.2.

Schématiquement, le CNA transforme une suite de nombres $\{e0, e1, \cdots\}$ en un signal à temps continu, c'est-à-dire défini pour tout $t \geq 0$.

Pour obtenir un tel signal, continu, on procède alors à un blocage du signal échantillonné grâce à un système appelé *bloqueur*.
Le rôle du bloqueur est donc de créer un signal continu reliant deux échantillons successifs où le deuxième échantillon est encore inconnu.
Ainsi, le bloqueur agit en extrapolant le (ou les) échantillon(s) précédant immédiatement l'échantillon inconnu.

Dans la pratique, ces extrapolations sont implémentées à partir de fonctions polynômiales.

La qualité du bloqueur dépend de la qualité d'extrapolation, c'est-à-dire que cette dernière est d'autant meilleure que le degré du polynôme est élevé. Il existe autant de types de bloqueur que de degrés de polynômes d'extrapolation. Le bloqueur le plus couramment utilisé est celui dont le polynôme est d'ordre zéro.

3.1.1 Bloqueur d'ordre zéro

Durant un intervalle d'échantillonnage [nT, (n+1)T], le bloqueur d'ordre zéro maintient le signal continu à une valeur constante, égale à la valeur de l'échantillon en.
Le signal ainsi obtenu est donc constant par morceaux.

On utilisera l'abréviation BOZ pour désigner un bloqueur d'ordre zéro.
On dit aussi que le *bloqueur d'ordre zéro* permet l'extrapolation linéaire de degré 0 entre nT et (n + 1)T à partir de la valeur en.

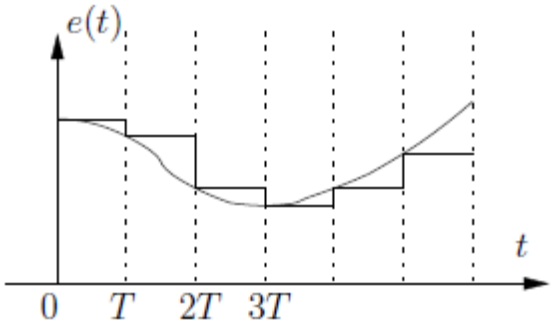


FIG. 6 – Comportement du bloqueur d'ordre zéro

Propriété
La fonction de transfert d'un bloqueur d'ordre zéro est donnée par :

$$B_0(p) := \frac{1 - e^{-pT}}{p}.$$

Démonstration :
Un signal échantillonné est une somme infinie d'impulsions pondérées par les valeurs des échantillons. Par linéarité de la transformée de Laplace, il suffit donc de voir comment une impulsion unité est transformée par un BOZ.

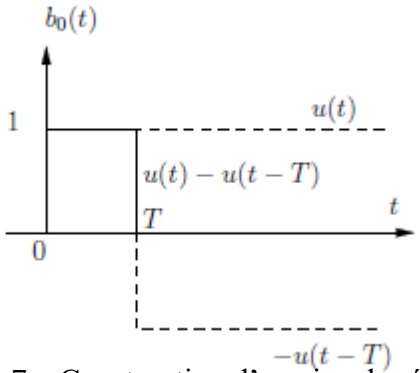


FIG. 7 – Construction d'un signal créneau

La réponse impulsionnelle d'un BOZ (Bloqueur Ordre Zéro), b0(t) est donc un créneau qui s'écrit simplement $b_0(t) = u(t) - u(t-T),$

avec u l'échelon unité. En appliquant la transformée de Laplace, on obtient la relation précédente.

3.1.2 Bloqueur d'ordre un

Définition

Le *bloqueur d'ordre 1* permet l'extrapolation linéaire (de degré 1) entre nT et (n + 1)T à partir de e_n et de e_{n-1}.

Propriété

La fonction de transfert d'un bloqueur d'ordre un est :

$$B_1(p) = T(1+Tp)\left[\frac{1-e^{-pT}}{Tp}\right]^2$$

Cette propriété s

$$s(nT+\tau) = e_n + \frac{\tau}{T}[e_n - e_{n-1}]$$

3.2. Modélisation des convertisseurs :

Dans le paragraphe 1, deux blocs ont été présentés :

- le *Convertisseur Analogique Numérique* noté CAN,
- le *Convertisseur Numérique Analogique* noté CNA.

Ces deux blocs entourent le calculateur numérique. Ce sont ces objets qui réalisent, comme nous allons le voir, l'interface entre le monde du numérique avec celui de l'analogique. Avec les outils présentés dans ce chapitre, nous pouvons proposer une modélisation du comportement technologique réel des convertisseurs.

3.2.1 Cas du CAN

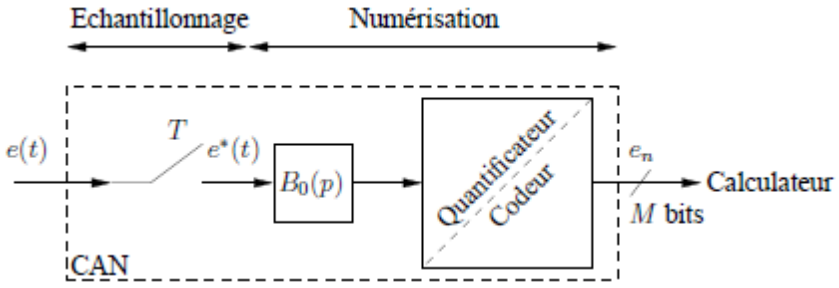


FIG. 8 – Modélisation du Convertisseur Analogique Numérique

Le fonctionnement du CAN peut être schématisé par la figure 8 et décomposé en deux étapes :

1. **Echantillonnage :**
   L'échantillonneur crée un signal peigné. Il est schématisé par un interrupteur dont l'ouverture et la fermeture sont cadencées à la période d'échantillonnage par l'horloge du calculateur.
   En pratique, la fréquence d'horloge est bien plus élevée que la fréquence d'échantillonnage, ceci afin de permettre au calculateur de délivrer le résultat des opérations nécessaires avant l'acquisition de l'échantillon suivant.

2. **Numérisation :**
   Le bloqueur d'ordre zéro maintient chaque échantillon de signal pendant la durée d'échantillonnage.
   Cela permet au *quantificateur* d'avoir le temps d'associer à l'échantillon une valeur dans un intervalle de nombres entiers $[0, 1, \cdots, 2M-1]$ sous forme binaire, où M est nombre entier caractérisant le nombre de bits utilisés pour quantifier le signal analogique, définissant ainsi le nombre de niveaux disponibles pour quantifier le signal.
   Le nombre entier issu du quantificateur est alors associé par le *codeur* à un autre nombre binaire mais dont la valeur a un sens au regard des coefficients programmés dans le calculateur, c'est-à-dire tenant compte de son signe ou de la virgule flottante.

   Insistons sur le fait qu'ici, le bloqueur fait partie de l'étape de numérisation et a pour rôle de permettre au quantificateur d'avoir le temps d'établir le signal quantifié binaire.
   En général, dans l'étude d'asservissement numérique, il ne sera jamais tenu compte de l'étape de numérisation, considérant que le fonctionnement du CAN se résume à celui d'un simple échantillonneur délivrant indifféremment ou, selon le contexte, soit le signal échantillonné $e*(t)$, soit le signal numérique en. C'est pourquoi il sera toujours représenté par le schéma de la figure 9.

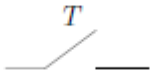


FIG. 9 – Représentation usuelle du CAN

3.2.2 Cas du CNA

Le fonctionnement du CNA peut être schématisé par la figure 4.5 et décomposé de la façon suivante :

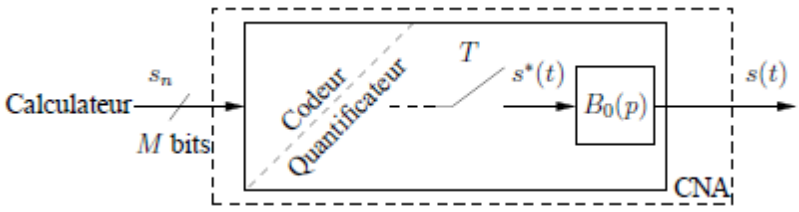


FIG. 10 – Modélisation du Convertisseur Numérique Analogique

Le calculateur fournit une valeur codée sous forme binaire mais tenant compte du signe ou de la virgule flottante du nombre traité.

Le codeur transforme ce nombre en un autre nombre binaire "lisible" par le quantificateur qui le transforme à son tour en un signal analogique échantillonné de valeur adéquate.
Ce signal est généralement maintenu constant durant toute la période d'échantillonnage.
On retrouve ainsi un comportement de bloqueur d'ordre zéro précédé d'un échantillonneur.
Par conséquent, un CNA sera systématiquement représenté par le schéma figure 11.

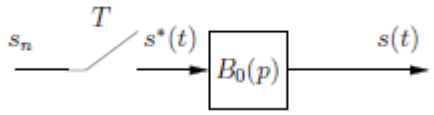


FIG. 11 – Représentation usuelle du CNA

En pratique, selon la technologie utilisée, au cours d'une période d'échantillonnage le signal peut aussi évoluer de manière linéaire à l'aide d'un bloqueur d'ordre 1, parabolique à l'aide d'un bloqueur d'ordre 2, voire polynômiale.
Ainsi, il faudra simplement considérer l'expression de la fonction de transfert adéquate d'un tel bloqueur en lieu et place du bloqueur d'ordre zéro sur la figure 11.
Par conséquent, la structure typique d'asservissement numérique de la figure 2 sera représentée par le schéma de la figure 12.

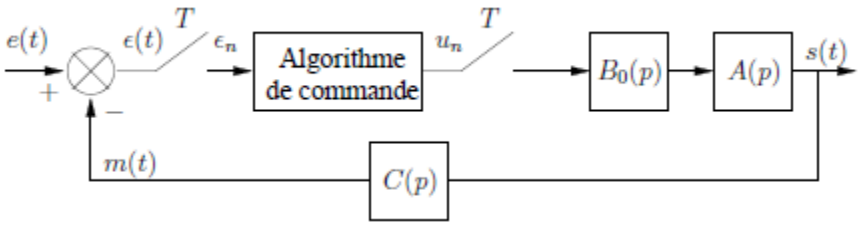


FIG. 12 – Structure typique d'asservissement numérique

3.3. Classification des différents signaux

Dans ce paragraphe, nous présentons les différents types de signaux que l'on rencontre dans une chaîne d'asservissement numérique.
La figure 13 rassemble l'essentiel des signaux considérés :

Le signal représenté par la figure C correspond à la sortie typique d'un CNA avec bloqueur d'ordre zéro.

Le signal représenté par la figure D est le signal numérique tel qu'il est considéré en pratique, c'est-à-dire que le temps est échantillonné et l'amplitude est quantifiée.

Le signal représenté par la figure B est le signal numérique peigné superposé au signal analogique source.

Le signal échantillonné e*(t) ne peut être représenté dans ce tableau, car il s'agit d'un signal à temps continu mais d'amplitude non quantifiée, introduit comme étape intermédiaire à la notion de signal numérique.
On le représente alors par la figure 14

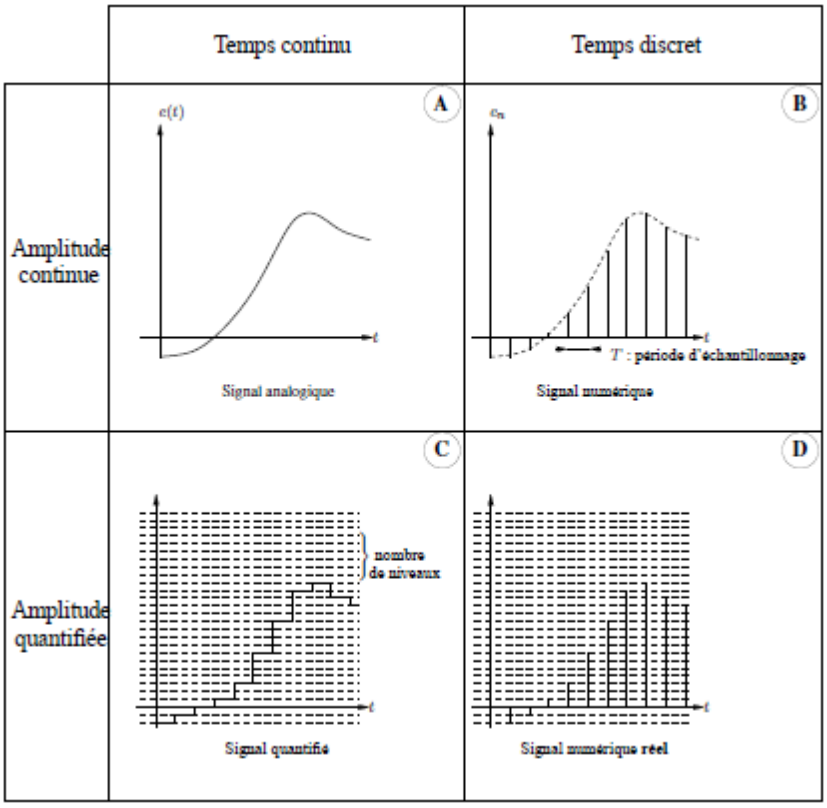


FIG. 13 – Classification des signaux

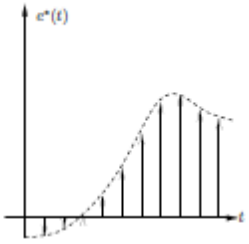


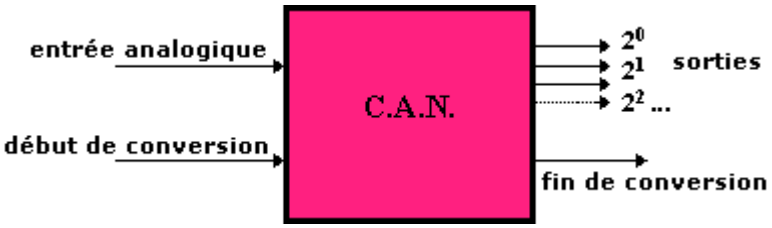
FIG. 14 – Signal peigné

Exemples de principes de conversion

1. Convertisseur Analogique Numérique

Définition :
Un convertisseur analogique - numérique transforme une grandeur physique (tension, courant) en une valeur numérique
Généralement, il possède :

- une entrée " début de conversion " qui permet de démarrer la conversion (Start)
- une sortie " fin de conversion " qui indique que la conversion est terminée (End)
- une entrée analogique (courant ou tension)
- plusieurs sorties numériques, dont le nombre est fonction de la résolution

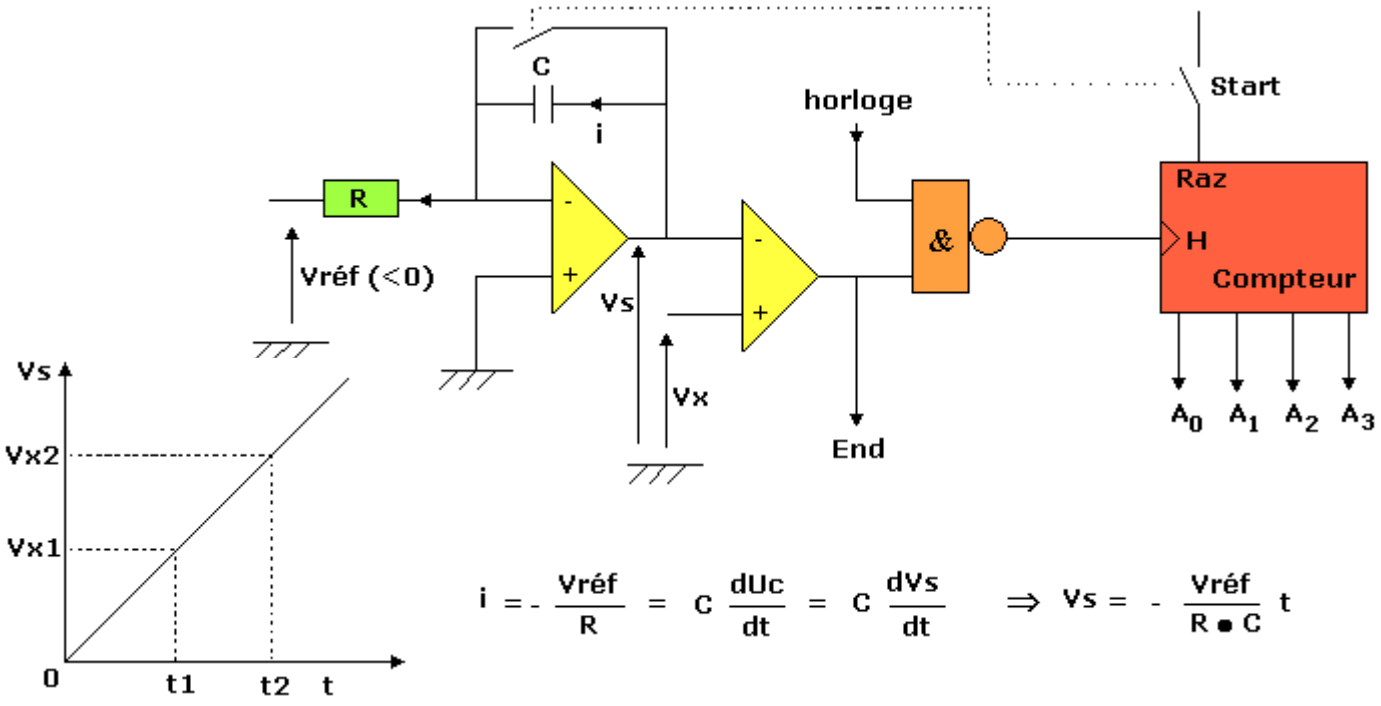


Il existe différentes technologies :

- rampe numérique
- rampe analogique
- approximations successives
- parallèle

Principe de fonctionnement d'un convertisseur à rampe analogique :

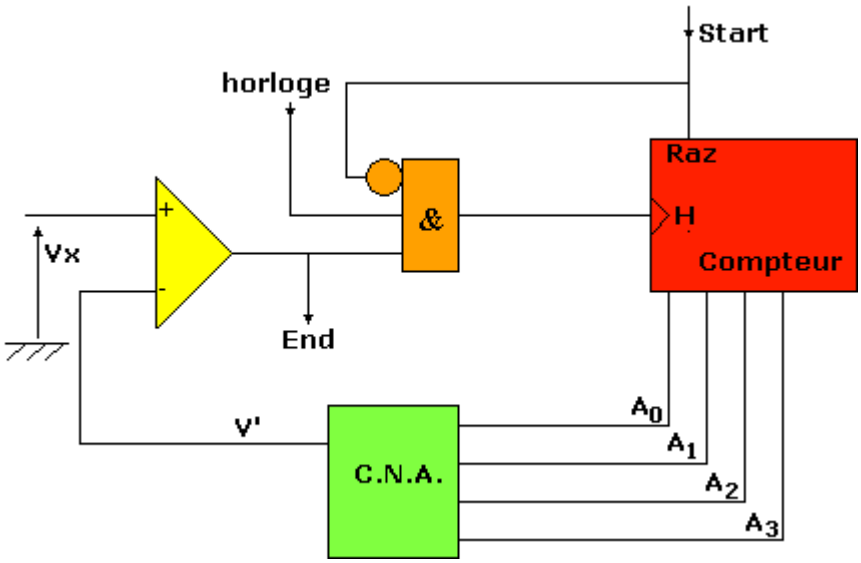
Une impulsion " Start " remet à zéro le compteur et décharge le condensateur
Vs croît linéairement
Lorsque **Vs** > **Vx**, le comparateur bascule : la sortie " End " passe à zéro.
Le compteur se bloque à la valeur numérique correspondant à la grandeur **Vx**



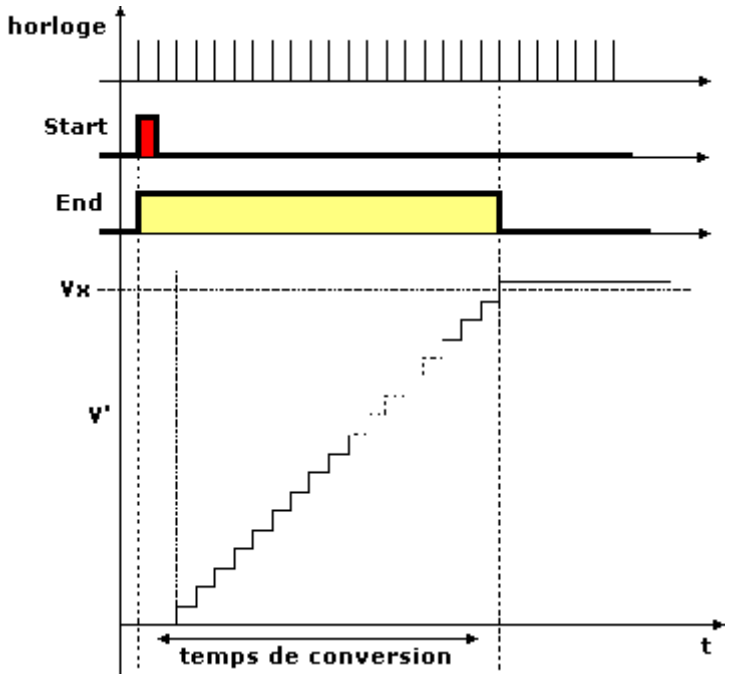
$$i = -\frac{Vréf}{R} = C\frac{dUc}{dt} = C\frac{dVs}{dt} \Rightarrow Vs = -\frac{Vréf}{R \bullet C}\,t$$

Ce type de convertisseur nécessite un étalonnage fréquent car les valeurs de R et C se modifient au cours du temps (vieillissement des composants).

Principe d'un convertisseur à rampe unique :



L'impulsion " Start " (niveau haut) met à zéro le compteur et bloque la porte " ET ".
La tension de sortie **V'** du C.N.A. est nulle.
La sortie " End " est au niveau haut.
Lorsque " Start " retrouve l'état bas, la porte " ET " est validée, le signal d'horloge arrive au compteur qui s'incrémente et fait évoluer la sortie du C.N.A. par bonds successifs de la valeur de la résolution.
Quand **V'** > **Vx**, la sortie du comparateur passe au niveau bas (End) et bloque le compteur à la valeur numérique représentant **Vx**



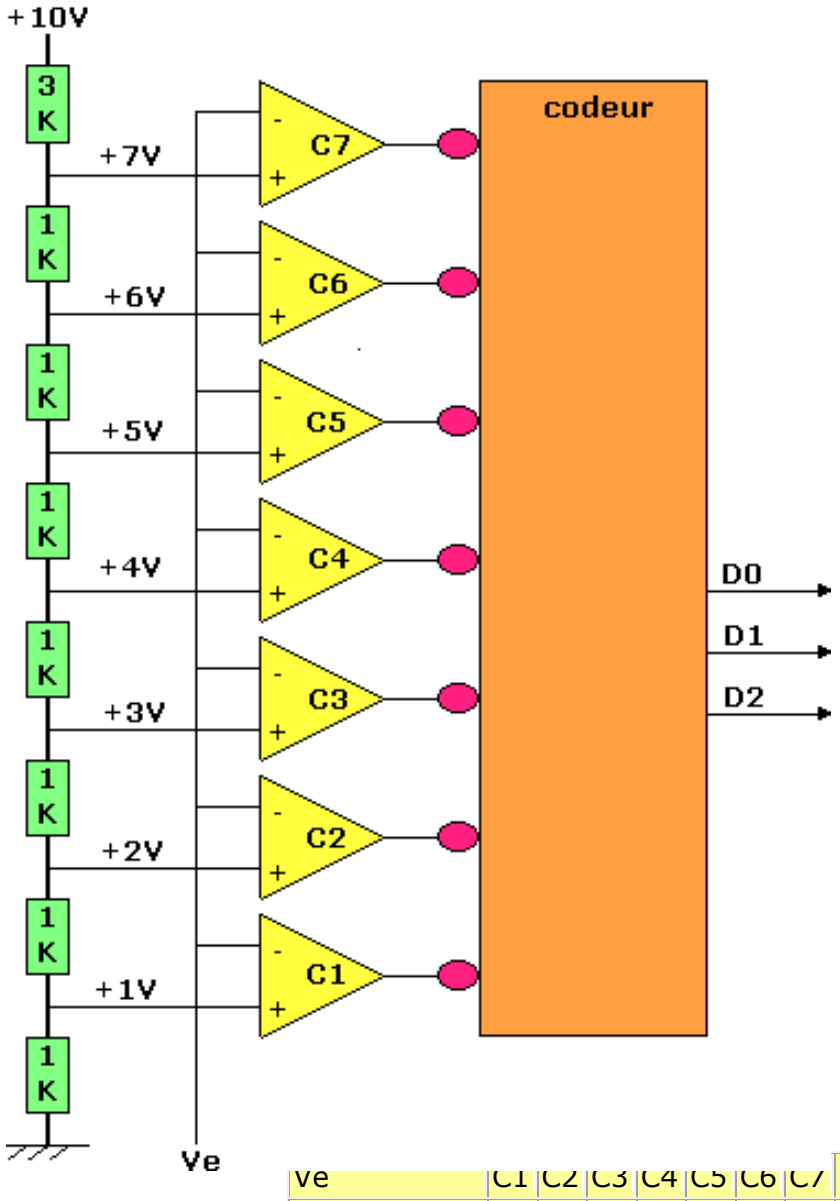
Principe d'un convertisseur parallèle

C'est le plus rapide

Il contient un très grand nombre de circuits, ce qui explique son prix plus élevé

Il y a 2^n-1 comparateurs, n étant le nombre de bits du convertisseur

Dans l'exemple ci-dessous, il y a 7 comparateurs pour un convertisseur 3 bits

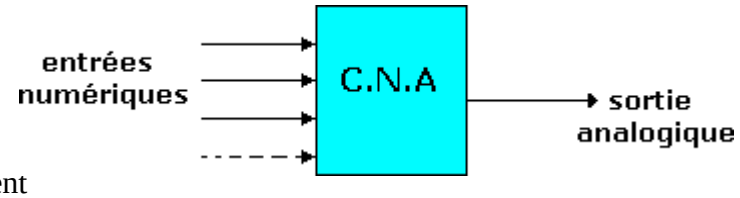


Ve	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	D2	D1	D0
Ve < 1v	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
1v< Ve< 2v	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
2v< Ve< 3v	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
3v< Ve< 4v	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
4v< Ve< 5v	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
5v< Ve< 6v	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
6v< Ve< 7v	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
Ve > 7v	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

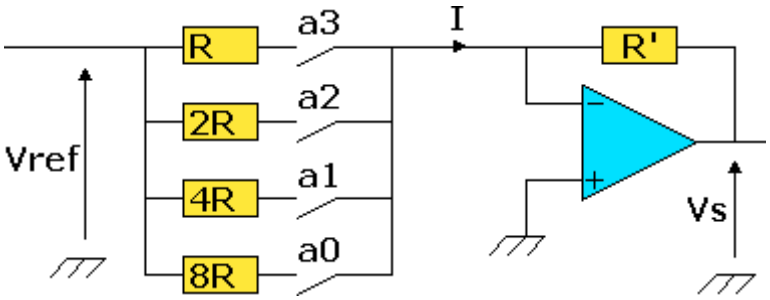
2. Convertisseur Numérique Analogique

Définition :

Un convertisseur numérique - analogique permet de traduire une information numérique (binaire) en une information analogique, c'est à dire en une grandeur physique (courant, tension...).



Principe de fonctionnement



$$I = -\frac{Vs}{R'} = Vref\left(\frac{a3}{R} + \frac{a2}{2R} + \frac{a1}{4R} + \frac{a0}{8R}\right)$$

$$Vs = -\frac{Vref \cdot R'}{8R}\left(2^3 \cdot a3 + 2^2 \cdot a2 + 2^1 \cdot a1 + 2^0 \cdot a0\right)$$

a0, a1, a2, a3 sont des coefficients pouvant prendre les valeurs 1 ou 0.
Par exemple, si le contact a3 est fermé : a3 = 1

Application numérique :

Soit le nombre binaire N% = a3 a2 a1 a0, R = R' = 10 kΩ, Vref = +8v.
L'amplificateur opérationnel est tel que : +Vs(sat) = +15v et -Vs(sat) = -15v.
N% = 0000 (a3, a2, a1, a0 ouverts) donc Vs = 0v.
N% = 0001 (a0 fermé) donc Vs = -1v.
N% = 1111 (a3, a2, a1, a0 fermés) donc Vs = -15v

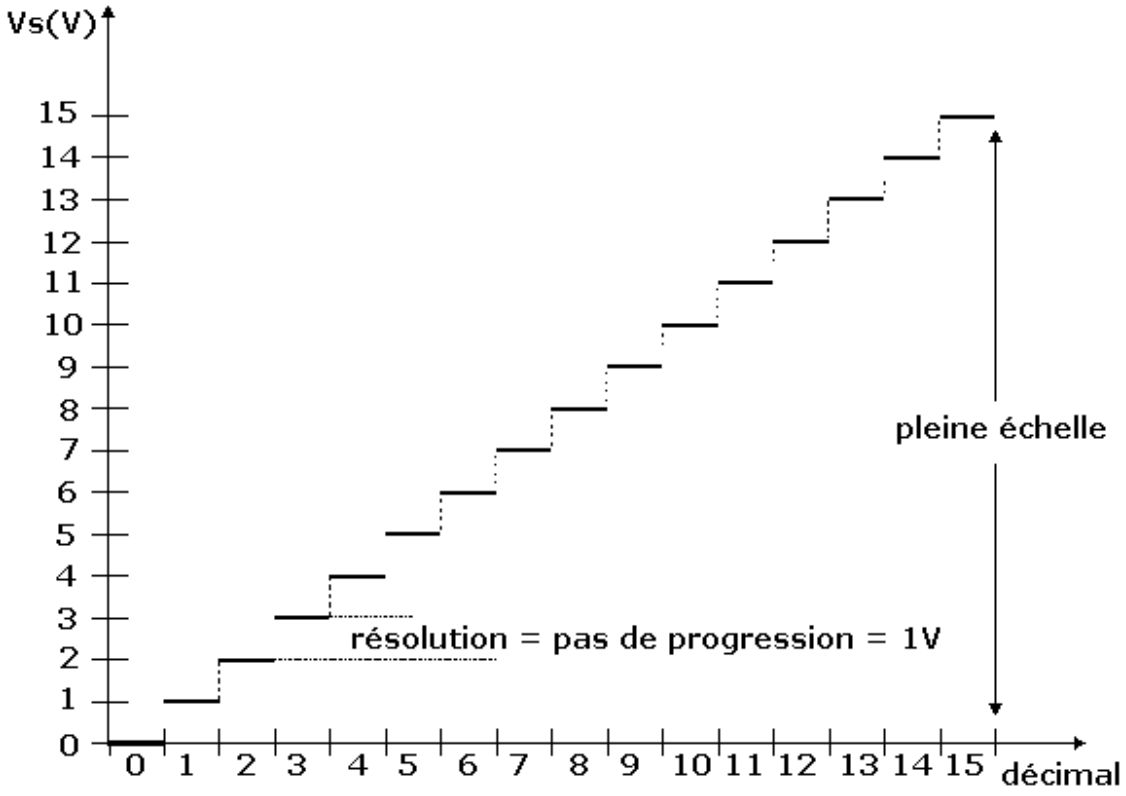
Spécifications techniques

La plupart des C.N.A. sont commercialisés sous forme de circuits intégrés :

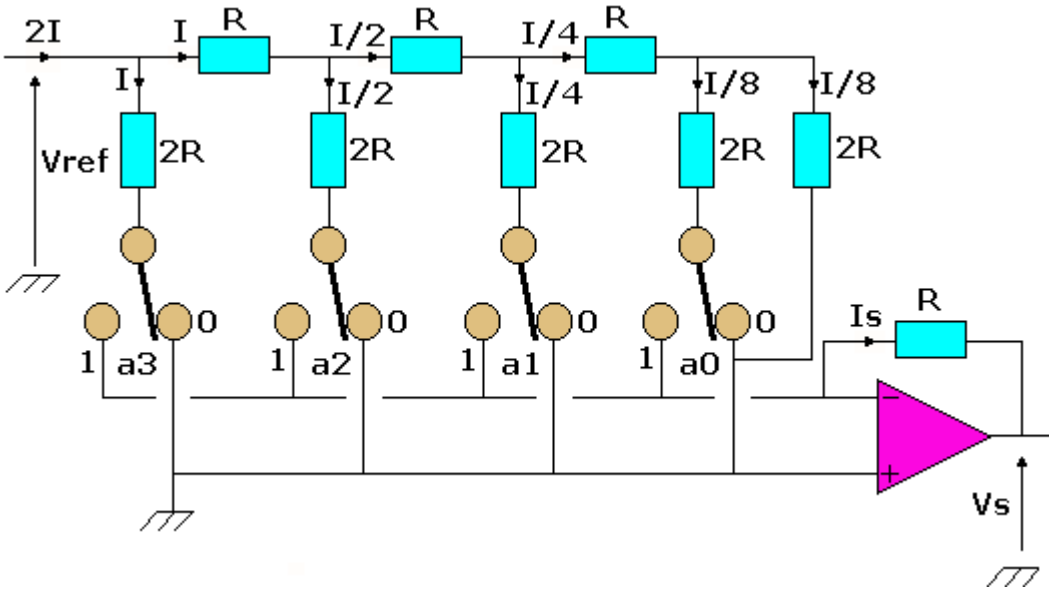
- Résolution : elle est exprimée en % de la pleine échelle ou en nombre de bits.
- Précision : on distingue deux types d'erreurs :
  - erreur pleine échelle: écart maximal entre la valeur de sortie et la valeur idéale
  - erreur de linéarité: écart maximal entre le pas de progression réel et le pas de progression idéal
- Temps d'établissement : temps que met la sortie pour passer de 0 à la valeur " pleine échelle " (entre 50ns et 10µs), les convertisseurs à sortie " courant " étant généralement plus rapides que les convertisseurs à sortie " tension "
- Tension de décalage : tension de sortie présente lorsque les entrées binaires sont à zéro

Caractéristique de transfert :

Exemple d'un C.N.A. 4 bits.



Principe du convertisseur à réseau R-2R



Le commun des commutateurs a3, a2, a1 et a0 est toujours la masse, ceci quelle que soit la position des commutateurs

$$Vs = -R \cdot Is = -R\left(a3 \cdot I + a2 \cdot \frac{I}{2} + a1 \cdot \frac{I}{4} + a0 \cdot \frac{I}{8}\right) \qquad \text{avec } I = \frac{Vref}{2R}$$

$$Vs = -\frac{Vref}{16}\left(2^3 \cdot a3 + 2^2 \cdot a2 + 2^1 \cdot a1 + 2^0 \cdot a0\right)$$

T.D. Instrumentation numérique

L'étude porte sur la conversion des signaux de mesure et de commande pour un véhicule tout terrain.

Un véhicule 4 roues moto directrice permet le déplacement en autonomie pour de la reconnaissance en milieu hostile. Il se déplace à partir de points GPS qu'il relie dans un ordre chronologique.

Si un point est jugé inaccessible, il est abandonné et la mission suivante est engagée.

L'inaccessibilité d'un point est validée par une pente ou un devers trop important.

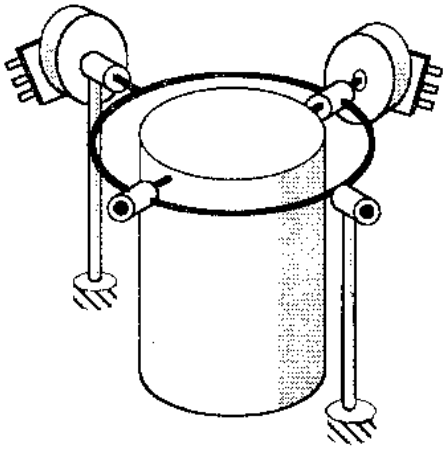
L'ensemble est piloté par une carte à microcontrôleur qui gère les informations des capteurs, les commandes des moteurs et les différentes cibles GPS.

Les moteurs sont tous du même type, pour la mise en mouvement et pour la direction. Les positions et vitesses des moteurs sont calculées en fonction des trajectoires et vitesse souhaitées et des informations données par un codeur sur chaque axe.

1. Inclinomètre :

L'inclinomètre est constitué d'une masse associée à une suspension sur 2 axes.

A chacun des axes est relié un potentiomètre à piste classique, de type linéaire, comme le montre la figure ci-dessous :



Les 2 potentiomètres donnent donc

Les quantifications du tangage et

du roulis

Les potentiomètres linéaires présentent chacun une valeur de 4 700Ω.

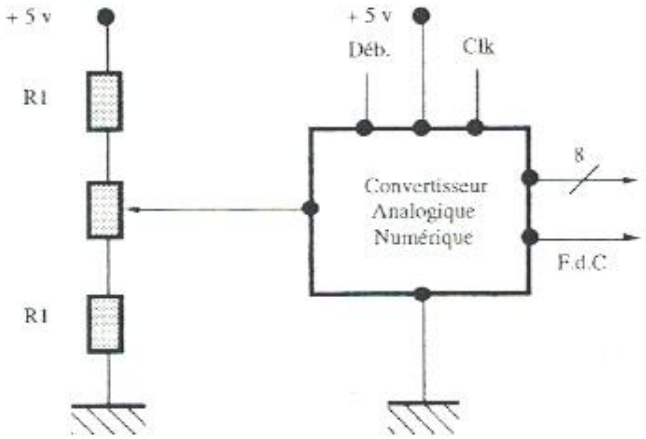
Leur rotation de buté à buté est de 180°.

Afin d'assurer un traitement numérique des informations délivrées par l'inclinomètre, chaque potentiomètre est relié à un convertisseur analogique numérique.

La sortie, pour être compatible avec la carte microcontrôleur est codée sur 8 bits.

L'entrée pleine échelle est de 5 V.

Le montage du CAN est le suivant :



1.1. Quelle est la résolution du CAN ?
1.2. Quelle est la résolution angulaire de l'association du potentiomètre et du CAN ?
1.3. Déterminer la valeur de R1 pour que la résolution soit d'un degré d'angle du potentiomètre.
1.4. Les convertisseurs utilisés sont à rampe unique. La variation maxi est de 40°/s. Quelle doit être la fréquence d'échantillonnage minimum ?

2. Commande des moteurs.

La commande des moteurs est élaborée par le microcontrôleur, et est codée sur 10 bits.

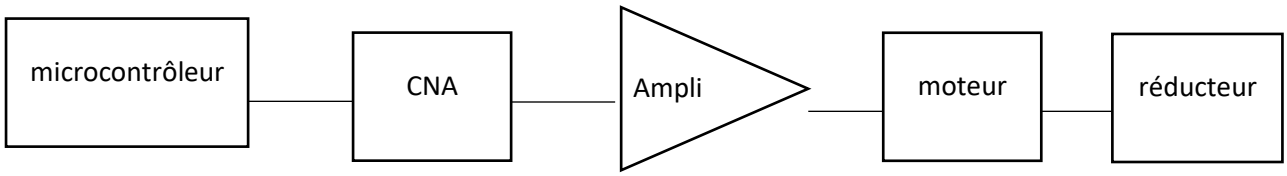
Ce signal numérique est converti par le CNA en tension (Uc) variant de -10 à +10V.

Un amplificateur à miroir de tension permet de fournir au moteur le courant qui lui convient pour la tension de commande choisie.

Pour une tension de -10V à +10V, la vitesse de rotation du moteur varie de -1200 à +1200 tr/mn.

Chaque moteur est associé à un réducteur de rapport 100 :2.

La fréquence d'horloge du microcontrôleur est de 100kHz



2.1. Quelle est la résolution du CNA ?
2.2. Quelle est la résolution en vitesse de cet équipage ?
2.3. Quelle est la durée maxi pour passer de 0 à la vitesse de rotation maximum.
2.4. Le réducteur a pour fonction principale de changer la vitesse. N'a-t' il pas ici une autre fonction ?
2.5. Quels seraient les intérêts de passer à un codage sur 8 ou sur 16 bits ?